

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

António José Garry Brògueira

Relatório do Projeto Final do MIEM

Orientador: Prof. Dr. Mário Vaz

Coorientador: Prof. Dr. Hernâni Lopes

Supervisor Frezite – Ferramentas de corte, S.A.: Eng. Pedro Paiva



Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Junho 2015

Resumo

Este trabalho apresenta o estudo do comportamento vibratório de uma serra circular e a influência que o tensionamento por rolos exerce sobre esta. Sempre que possível aproxima-se a serra circular a um disco.

Técnicas de análise modal experimental e de método dos elementos finitos são aplicadas na caracterização da resposta vibratória do sistema. Com efeito, a análise modal experimental foi realizada recorrendo a um programa comercial NVGate®, sendo utilizado um analisador integrado de sinal Oros® OR35 para aquisição e tratamento dos sinais. O modelo numérico foi ajustado por forma a traduzir o verdadeiro comportamento de uma serra. A informação adquirida permitiu uma compreensão clara dos efeitos do tensionamento por rolos na resposta vibratória de uma serra circular.

Abstract

This thesis presents the study of a circular saw's vibratory behavior and the effect of roll tensioning on it. In order to simplify the study, wherever possible, a disc is used instead of a circular saw.

Modal analysis and the finite elements method were the techniques used to characterize the system's vibratory response. The Experimental modal analysis was performed using a commercial program, NVGate®, and an integrated analyzer, OROS® OR35, was used to acquire and process the signals. The numeric model was adjusted and tuned so it would be able to translate the saw's real behavior. The information gained allowed a clear understanding of the effects of roll tensioning on the vibrating response of a circular saw.

Agradecimentos

Ao elaborar este trabalho, ocorreu ao autor em primeiro lugar agradecer ao seu orientador, Professor Doutor Mário Pires Vaz pelo seu papel fundamental na parceria que permitiu esta dissertação e pela cedência do laboratório de Ótica e Mecânica Experimental, LOME. Um agradecimento ao coorientador, Professor Doutor Hernâni Lopes pelo seu constante e inestimável apoio e contribuição na realização do trabalho experimental.

Um agradecimento especial ao Engenheiro António Pedro Paiva, sem o apoio do qual seria impossível a realização desta dissertação.

Como o trabalho foi feito em parceria com a empresa Frezite – Ferramentas de corte, S.A., o autor gostaria de agradecer a colaboração e total disponibilidade da empresa e seus responsáveis, Engenheiro Tiago Fernandes e Engenheiro Fernando Figueiredo.

Por ultimo, o autor agradece à sua família e amigos pelo seu apoio constante e inesgotável.

Índice

RESUMO.....	III
ABSTRACT.....	V
AGRADECIMENTOS.....	VII
ÍNDICE	IX
LISTA DE FIGURAS.....	XI
LISTA DE TABELAS.....	XIII
LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS.....	XV
CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 OBJETIVOS.....	1
1.2 METODOLOGIA APLICADA	1
1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	1
CAPÍTULO 2 ESTADO DA ARTE	3
2.1 POUPANÇA <i>VERSUS</i> ESTABILIDADE.....	3
2.2 TENSIONAMENTO	3
2.3 VELOCIDADE CRÍTICA	4
2.4 MODOS DE VIBRAÇÃO DE UMA SERRA CIRCULAR	5
CAPÍTULO 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	7
3.1 INTUIÇÃO VIBRATÓRIA	7
3.2 INTRODUÇÃO À RESPOSTA VIBRATÓRIA DE UM SISTEMA COM UM GRAU DE LIBERDADE	8
3.3 VIBRAÇÃO DE UMA SERRA CIRCULAR.....	13
3.4 ESTABILIDADE DE UMA SERRA CIRCULAR	16
3.5 VELOCIDADE CRÍTICA.....	18
CAPÍTULO 4 ANÁLISE MODAL DE UM DISCO	25
4.1 INTRODUÇÃO	25
4.2 ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL	25
CAPÍTULO 5 CONSTRUÇÃO DO MODELO NUMÉRICO.....	35
5.1 INTRODUÇÃO	35
5.2 MODELO NUMÉRICO DO DISCO	35
CAPÍTULO 6 TENSIONAMENTO	43
6.1 INTRODUÇÃO	43

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

6.2	ESTUDO DA VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EM FUNÇÃO DA CARGA DO TENSIONAMENTO.....	43
6.3	MODELAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO	48
6.4	ESTUDO DA VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO DO ANEL DE TENSIONAMENTO.....	54
6.5	ESTUDO DA VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EM FUNÇÃO DA ROTAÇÃO	55
6.6	VARIAÇÃO DO PROCESSO DE TENSIONAMENTO	57
CAPÍTULO 7	CONCLUSÕES	59
	REFERÊNCIAS.....	61
ANEXO A	INFORMAÇÃO COMPLEMENTAR AO ESTUDO DOS DISCOS.....	63

Lista de figuras

FIGURA 2.1 REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA DE TENSIONAMENTO [2].	4
FIGURA 2.2 REPRESENTAÇÃO DOS DIFERENTES MODOS DE VIBRAÇÃO DE UMA SERRA FIXA NO CENTRO, (A) 0 DIÂMETROS NODAIS, (B) 1 DIÂMETRO NODAL, (C) 2 DIÂMETROS NODAIS, (D) 3 DIÂMETROS NODAIS, [1].	5
FIGURA 3.1 REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA VIBRATÓRIO DE UM GRAU DE LIBERDADE MASSA-MOLA [4].	8
FIGURA 3.2 REPRESENTAÇÃO DA RESPOSTA EM REGIME LIVRE DE UM SISTEMA MASSA-MOLA [4].	9
FIGURA 3.3 REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA MASSA-MOLA-AMORTECEDOR SUBMETIDO A UMA SOLICITAÇÃO HARMÓNICA [4].	10
FIGURA 3.4 REPRESENTAÇÃO DO FATOR DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICO, FUNÇÃO DA RAZÃO DE FREQUÊNCIAS E RAZÕES DE AMORTECIMENTO PARA UMA SOLICITAÇÃO HARMÓNICA [6].	11
FIGURA 3.5 REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DOS MODOS NATURAIS DE VIBRAÇÃO DE UMA SERRA CIRCULAR EM ROTAÇÃO [7].	13
FIGURA 3.6 MARCAS PROVOCADAS PELO CONTACTO ENTRE A PEÇA E A SERRA [7].	16
FIGURA 3.7 REPRESENTAÇÃO DO FENÓMENO DE "EMPRATAMENTO" DE UM DISCO.	17
FIGURA 3.8 REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA PROPAGAÇÃO DE ONDAS NUMA CORDA.	18
FIGURA 3.9 REPRESENTAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE ONDAS NUM DISCO.	19
FIGURA 3.10 REPRESENTAÇÃO DAS ONDAS DE PROPAGAÇÃO DE UM MODO NATURAL EM FUNÇÃO DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DE UM DISCO [7].	20
FIGURA 3.11 REPRESENTAÇÃO DE UM MODO COM 3 DIÂMETROS NODAIS A VARIAR NO TEMPO [8].	22
FIGURA 3.12 REPRESENTAÇÃO DA ONDA ESTACIONÁRIA PARA UM MODO COM 3 DIÂMETROS NODAIS [8].	23
FIGURA 4.1 MONTAGEM EXPERIMENTAL DO DISCO NA CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE.	26
FIGURA 4.2 REPRESENTAÇÃO DA FRF DO DISCO PARA A CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE.	26
FIGURA 4.3 MONTAGEM EXPERIMENTAL PARA MEDIÇÃO DAS ROTAÇÕES MODAIS DO DISCO.	28
FIGURA 4.4 PROCEDIMENTO PARA A DETERMINAÇÃO DOS CAMPOS DE ROTAÇÕES MODAIS.	29
FIGURA 4.5 REPRESENTAÇÃO DOS CAMPOS DE ROTAÇÃO MODAL DAS PRIMEIRAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DO DISCO.	30
FIGURA 4.6 REPRESENTAÇÃO DOS CAMPOS DE DESLOCAMENTO MODAL DO DISCO.	31
FIGURA 4.7 DISCO COM APOIO ENCASTRADO NO CENTRO.	32
FIGURA 4.8 REPRESENTAÇÃO DA FRF DO DISCO PARA A CONDIÇÃO DE ENCASTRAMENTO NO CENTRO.	33
FIGURA 5.1 REPRESENTAÇÃO DA CURVA EXPERIMENTAL TENSÃO-DEFORMAÇÃO DO MATERIAL, OBTIDA A PARTIR DE ENSAIO DE TRAÇÃO NORMALIZADO.	36
FIGURA 5.2 REPRESENTAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DO DISCO PARA A CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE	36
FIGURA 5.3 REPRESENTAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DO DISCO PARA A CONDIÇÃO DE ENCASTRAMENTO	38
FIGURA 5.4 REPRESENTAÇÃO DOS MODOS NATURAIS DE VIBRAÇÃO PARA O DISCO NA CONDIÇÕES LIVRE-LIVRE E ENCASTRADO.	40
FIGURA 6.1 VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO TENSIONADO NA CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE, PARA DIFERENTES PRESSÕES DE LAMINAGEM.	45
FIGURA 6.2 VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO TENSIONADO NA CONDIÇÃO ENCASTRADA, PARA DIFERENTES PRESSÕES DE LAMINAGEM.	47

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

FIGURA 6.3 REPRESENTAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DO DISCO COM INTRODUÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO.	48
FIGURA 6.4 REPRESENTAÇÃO DO PARÂMETRO DE CALIBRAÇÃO K PARA SIMULAÇÃO DO TENSIONADO.	49
FIGURA 6.5 SOBREPOSIÇÃO DOS VALORES OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE (LINHA CHEIA) E NUMERICAMENTE (LINHA TRACEJADA) PARA O CASO DE APOIO LIVRE-LIVRE, PARA TODOS OS CARREGAMENTOS.	51
FIGURA 6.6 SOBREPOSIÇÃO DOS VALORES OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE (LINHA CHEIA) E NUMERICAMENTE (LINHA TRACEJADA) PARA O CASO DE APOIO ENCASTRADO, PARA TODOS OS CARREGAMENTOS.	53
FIGURA 6.7 REPRESENTAÇÃO DA FREQUÊNCIA NATURAL EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO DO ANEL DE TENSIONAMENTO E PARA UMA PRESSÃO CONSTANTE DE 30 BAR.	54
FIGURA 6.8 VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO PARA UM DISCO EM ROTAÇÃO.	55
FIGURA 6.9 DIAGRAMA DE CAMPBELL PARA UM DISCO SEM TENSIONAMENTO.	56
FIGURA 6.10 DESVIO DO PROCESSO DE TENSIONAMENTO PARA O CASO LIVRE-LIVRE.	57
FIGURA 6.11 DESVIO DO PROCESSO DE TENSIONAMENTO PARA O CASO ENCASTRADO.	57
FIGURA A.1 DIAGRAMA DE CAMPBELL PARA UM DISCO SEM TENSIONAMENTO COM UMA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO A VARIAR DE 0 A 6000 RPM.	79
FIGURA A.2 DIAGRAMA DE CAMPBELL PARA UM DISCO COM UMA PRESSÃO DE TENSIONAMENTO DE 20 BAR COM UMA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO A VARIAR DE 0 A 6000 RPM.	80
FIGURA A.3 DIAGRAMA DE CAMPBELL PARA UM DISCO COM UMA PRESSÃO DE TENSIONAMENTO DE 30 BAR COM UMA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO A VARIAR DE 0 A 6000 RPM.	81
FIGURA A.4 DIAGRAMA DE CAMPBELL PARA UM DISCO COM UMA PRESSÃO DE TENSIONAMENTO DE 40 BAR COM UMA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO A VARIAR DE 0 A 6000 RPM.	82
FIGURA A.5 DIAGRAMA DE CAMPBELL PARA UM DISCO COM UMA PRESSÃO DE TENSIONAMENTO DE 50 BAR COM UMA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO A VARIAR DE 0 A 6000 RPM.	83

Lista de tabelas

TABELA 4.1 FREQUÊNCIAS NATURAIS DO DISCO ANALISADO.	27
TABELA 4.2 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO PARA O DISCO ENCASTRADO.	33
TABELA 5.1 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO DO DISCO PARA A CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE.	37
TABELA 5.2 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO DO DISCO PARA A CONDIÇÃO DE ENCASTRADO.	38
TABELA 6.1 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO PARA A CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE, ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 20 BAR.	44
TABELA 6.2 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO TENSIONADO NA CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE, PARA DIFERENTES PRESSÕES DE LAMINAGEM.	44
TABELA 6.3 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO PARA A CONDIÇÃO ENCASTRADO, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 30 BAR.	46
TABELA 6.4 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO TENSIONADO NA CONDIÇÃO ENCASTRADO, PARA DIFERENTES PRESSÕES DE LAMINAGEM.	47
TABELA 6.5 VALORES DO PARÂMETRO K PARA UM DIÂMETRO DE TENSIONAMENTO DE 190 MM.	49
TABELA 6.6 COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS E NUMÉRICAS DO DISCO PARA AS CONDIÇÕES DE APOIO LIVRE-LIVRE.	50
TABELA 6.7 COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS E NUMÉRICAS DO DISCO PARA AS CONDIÇÕES DE APOIO LIVRE-LIVRE.	50
TABELA 6.8 COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS E NUMÉRICAS DO DISCO PARA AS CONDIÇÕES DE APOIO ENCASTRADO, PARA DIFERENTES PRESSÕES DE LAMINAGEM	52
TABELA 6.9 COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS E NUMÉRICAS DO DISCO PARA AS CONDIÇÕES DE APOIO ENCASTRADO, PARA DIFERENTES PRESSÕES DE LAMINAGEM	52
TABELA A.1 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 1 PARA A CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 20 BAR.	63
TABELA A.2 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 2 PARA A CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 20 BAR.	64
TABELA A.3 VARIAÇÃO NO PROCESSO DE TENSIONAMENTO COM UMA PRESSÃO DE 20 BAR, PARA A CONDIÇÃO DE APOIO LIVRE-LIVRE.	64
TABELA A.4 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 1 PARA A CONDIÇÃO ENCASTRADO, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 20 BAR.	65
TABELA A.5 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 2 PARA A CONDIÇÃO ENCASTRADO, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 20 BAR.	65
TABELA A.6 VARIAÇÃO NO PROCESSO DE TENSIONAMENTO COM UMA PRESSÃO DE 20 BAR, PARA A CONDIÇÃO DE APOIO ENCASTRADO.	66
TABELA A.7 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 1 PARA A CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 30 BAR.	66
TABELA A.8 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 2 PARA A CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 30 BAR.	67
TABELA A.9 VARIAÇÃO NO PROCESSO DE TENSIONAMENTO COM UMA PRESSÃO DE 30 BAR, PARA A CONDIÇÃO DE APOIO LIVRE-LIVRE.	67

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

TABELA A.10 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 1 PARA A CONDIÇÃO ENCASTRADO, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 30 BAR.	68
TABELA A.11 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 2 PARA A CONDIÇÃO ENCASTRADO, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 30 BAR.	68
TABELA A.12 VARIAÇÃO NO PROCESSO DE TENSIONAMENTO COM UMA PRESSÃO DE 30 BAR, PARA A CONDIÇÃO DE APOIO ENCASTRADO.	69
TABELA A.13 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 1 PARA A CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 40 BAR.	69
TABELA A.14 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 2 PARA A CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 40 BAR.	70
TABELA A.15 VARIAÇÃO NO PROCESSO DE TENSIONAMENTO COM UMA PRESSÃO DE 40 BAR, PARA A CONDIÇÃO DE APOIO LIVRE-LIVRE.	70
TABELA A.16 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 1 PARA A CONDIÇÃO ENCASTRADO, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 40 BAR.	71
TABELA A.17 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 2 PARA A CONDIÇÃO ENCASTRADO, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 40 BAR.	71
TABELA A.18 VARIAÇÃO NO PROCESSO DE TENSIONAMENTO COM UMA PRESSÃO DE 40 BAR, PARA A CONDIÇÃO DE APOIO ENCASTRADO.	72
TABELA A.19 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 1 PARA A CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 50 BAR.	72
TABELA A.20 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 2 PARA A CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 50 BAR.	73
TABELA A.21 VARIAÇÃO NO PROCESSO DE TENSIONAMENTO COM UMA PRESSÃO DE 50 BAR, PARA A CONDIÇÃO DE APOIO LIVRE-LIVRE.	73
TABELA A.22 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 1 PARA A CONDIÇÃO ENCASTRADO, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 50 BAR.	74
TABELA A.23 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 2 PARA A CONDIÇÃO ENCASTRADO, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 50 BAR.	74
TABELA A.24 VARIAÇÃO NO PROCESSO DE TENSIONAMENTO COM UMA PRESSÃO DE 50 BAR, PARA A CONDIÇÃO DE APOIO ENCASTRADO.	75
TABELA A.25 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 1 PARA A CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 60 BAR.	75
TABELA A.26 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 2 PARA A CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 60 BAR.	76
TABELA A.27 VARIAÇÃO NO PROCESSO DE TENSIONAMENTO COM UMA PRESSÃO DE 60 BAR, PARA A CONDIÇÃO DE APOIO LIVRE-LIVRE.	76
TABELA A.28 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 1 PARA A CONDIÇÃO ENCASTRADO, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 60 BAR.	77
TABELA A.29 FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO EXPERIMENTAIS DO DISCO 2 PARA A CONDIÇÃO ENCASTRADO, ANTES E APÓS APLICAÇÃO DO ANEL DE TENSIONAMENTO, USANDO UMA PRESSÃO DE 60 BAR.	77
TABELA A.30 VARIAÇÃO NO PROCESSO DE TENSIONAMENTO COM UMA PRESSÃO DE 60 BAR, PARA A CONDIÇÃO DE APOIO ENCASTRADO.	78

Lista de símbolos e abreviaturas

Símbolo	Significado
c	Constante de amortecimento viscoso
c_c	Constante de amortecimento crítico
E	Módulo de Young
$F_0(t)$	Forças exteriores aplicadas ao sistema
F	Força
K	Constante de rigidez
m	Constante de massa
t	Tempo
x	Coordenada
Y	Amplitude de deslocamento
α	Ângulo de fase

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

Símbolo	Significado
β	Razão de frequências
ε	Deformação
ξ	Razão de amortecimento
ν	Coeficiente de Poisson
ρ	Massa específica
BW	Onda regressiva
FW	Onda progressiva
ω	Frequência angular (rad/s)
ω_n	Frequência natural (rad/s)
FRF	Função de resposta em frequência

Capítulo 1

Introdução

1.1 Objetivos

O principal objetivo desta dissertação é a compreensão dos fenómenos associados ao funcionamento de uma serra circular e a influência de alguns parâmetros construtivos na sua estabilidade. Em particular, será estudado o efeito do tensionamento na resposta dinâmica das serras, usando como modelo um disco circular.

1.2 Metodologia aplicada

No desenvolvimento deste trabalho recorreu-se a ferramentas experimentais para determinar o comportamento vibratório das serras de corte circular e a ferramentas numéricas para estudar o efeito do tensionamento na sua resposta dinâmica.

1.3 Organização da dissertação

Capítulo 1 – Apresenta a introdução ao trabalho desenvolvido e descreve a estrutura da dissertação.

Capítulo 2 – É dedicado à Identificação dos problemas com que a indústria do corte de madeira se depara e as soluções encontradas pelos fabricantes de serras.

Capítulo 3 – São apresentados os conceitos sobre vibração de serras circulares, considerados fundamentais para a compreensão do trabalho desenvolvido.

Capítulo 4 – Análise modal experimental de um disco usando FRFs e Shearografia Speckle na identificação dos modos naturais de vibração de um disco.

Capítulo 5- É feita a validação dos modelos numéricos a partir das medições das frequências naturais de vibração de um disco nas condições de livre-livre e encastrado no centro.

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

Capítulo 6 – Estudo do tensionamento do disco para diferentes condições de apoio e validação do modelo numérico que recria o tensionamento do disco. É também abordada a variação do processo de tensionamento e a influência da velocidade de rotação nos modos naturais de vibração do disco.

Capítulo 7 - Neste capítulo são apresentadas as conclusões de todo o trabalho realizado.

Capítulo 2

Estado da Arte

2.1 Poupança *versus* estabilidade

A serra circular é uma das ferramentas amplamente usadas no corte pelas indústrias da madeira, alimentar, metalomecânica, microeletrónica, etc. O desempenho de uma serra circular é avaliado pelo volume de material cortado por hora, pela qualidade do corte, pela seção mínima de corte e pelo nível de ruído produzido. Estas características são influenciadas pela geometria, estado de afiamento do dente de corte e estabilidade da serra durante o corte. Ao nível da estabilidade da serra, verifica-se que o aumento da espessura permite melhorar substancialmente a qualidade do corte e reduz o ruído de vibração. Todavia, a seção de corte será superior, o que implica o aumento do desperdício de material, tornando esta solução economicamente pouco viável. Assim, a estabilidade e a reduzida seção de corte pretendida para uma serra de corte são difíceis de conciliar e constituem hoje em dia um desafio para os fabricantes de serras. A solução passa normalmente por reduzir a secção de corte e desenvolver técnicas capazes de aumentar a estabilidade da serra, evitando, desse modo, fenómenos de ressonância e as velocidades críticas de funcionamento [1].

2.2 Tensionamento

A técnica de tensionamento foi aplicada durante muitos anos por artesãos para aumentar a estabilidade das serras circulares. Tradicionalmente aplicavam tensões na serra batendo com um martelo sobre as superfícies em padrões específicos e determinados pela sua experiência.

Atualmente, a serra é tensionada deformando-a localmente entre dois rolos opostos, como mostra a Figura 2.1. Um ou ambos os rolos são acionados, fazendo com que a serra gire lentamente e crie um encaixe pouco profundo de raio constante em

cada lado da serra. O material na região de contacto sofre deformação plástica dando origem a um anel de tensionamento na serra.

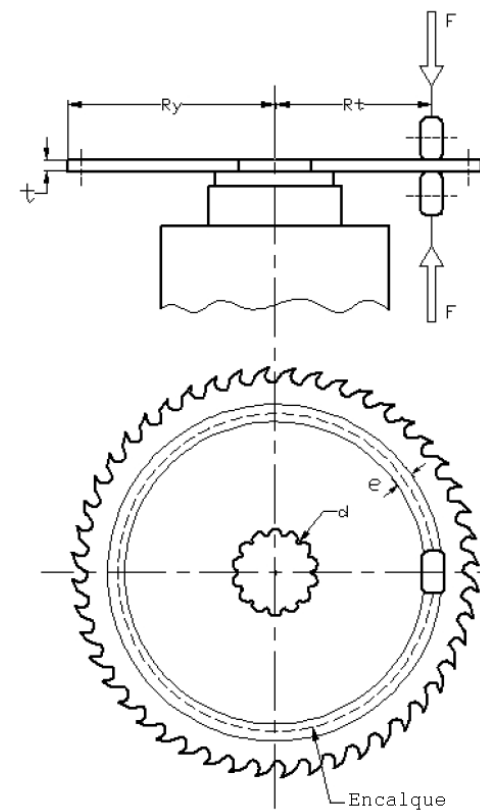


Figura 2.1 Representação do sistema de tensionamento [2].

A deformação localizada causada por este processo induz tensões residuais na serra, levando ao aumento das frequências naturais e da velocidade crítica da serra. Uma vez que a instabilidade ocorre quando a velocidade de rotação da serra está próxima da velocidade crítica, o tensionamento permite afastar a velocidade crítica da gama de velocidades de trabalho da serra. Em contraste, a redução da espessura de uma serra reduz a velocidade crítica e diminui a estabilidade da serra [3].

2.3 Velocidade crítica

A velocidade crítica é alcançada quando a velocidade de rotação é coincidente com a velocidade de onda de um modo de vibração. Nesta condição de ressonância, regista-se uma elevada amplitude de vibração da serra.

O movimento transversal oscilatório da serra, ao qual chamamos "serpentear", cria uma superfície de corte de forma irregular e curvilínea. O material a ser cortado tem,

por isso, de ser sobredimensionado e passar por outros processos de fabrico para corrigir estes erros dimensionais. Daqui resulta um excesso de perda de material e um processo tecnológico dispendioso, sendo economicamente menos competitivo. Assim, uma serra deversa ser cuidadosamente projetada para que tenha estabilidade e seja reduzido ao mínimo o desperdício de material. Para concretizar este objetivo, as frequências naturais e a velocidade crítica da serra devem se encontrar fora da gama de funcionamento da serra [3].

2.4 Modos de vibração de uma serra circular

Cada frequência natural tem associado o seu próprio modo natural de vibração. A vibração de uma placa circular ocorre sob a forma de diâmetros nodais e círculos nodais, sendo que os nodos correspondem a pontos que não possuem amplitude de vibração, enquanto o resto da estrutura está a vibrar. Na Figura 2.2 estão representados os quatro primeiros modos naturais de vibração e os correspondentes diâmetros para uma serra circular que se encontra fixa no seu centro. É de referir que os modos de diâmetro nodal sem círculos nodais têm as frequências naturais mais baixas e são, por isso, os mais importantes para a vibração de uma serra.

Em geral, os modos de frequência mais baixa apresentam uma figura geométrica mais simples, isto é, menor rigidez e maior amplitude de vibração. Por essa razão, apresentam um maior contributo para a amplitude da resposta vibratória global da serra [3].

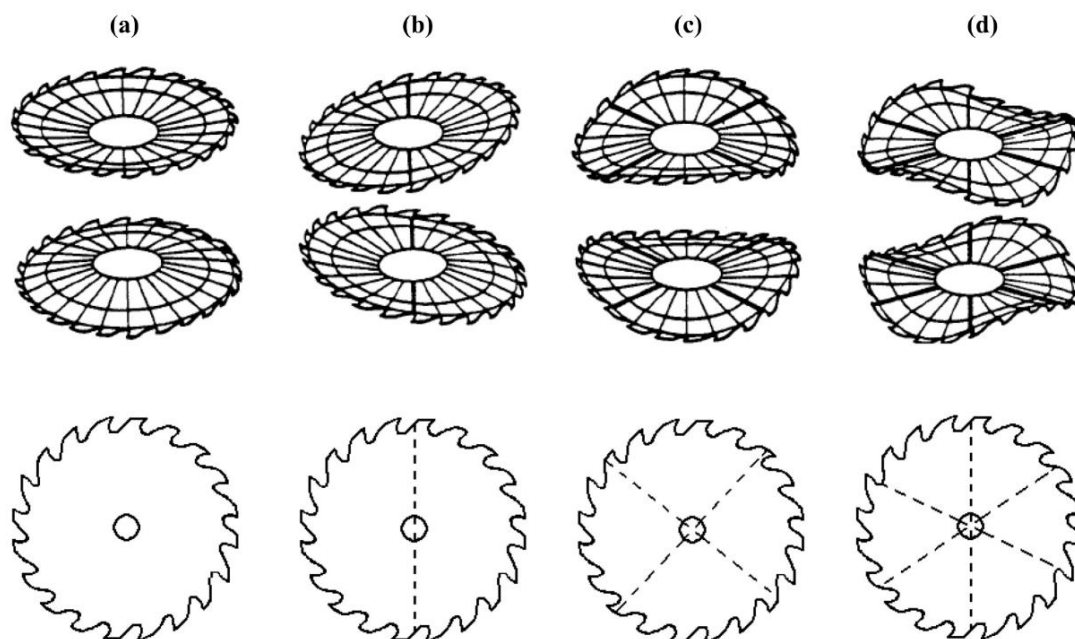


Figura 2.2 Representação dos diferentes modos de vibração de uma serra fixa no centro, (a) 0 diâmetros nodais, (b) 1 diâmetro nodal, (c) 2 diâmetros nodais, (d) 3 diâmetros nodais, [1].

Capítulo 3

Fundamentação teórica

3.1 Intuição vibratória

Ao explorar o mundo em crianças, todos nos familiarizamos com o facto de que se dermos uma pancada num objeto, este vai reagir e vibrar de uma forma mais ou menos acentuada. Alguns corpos vibram com maior amplitude do que outros, exemplo de uma haste de metal *versus* uma vara de madeira. Percebemos também que é mais fácil pôr corpos a vibrar ou a moverem-se para trás e para a frente a determinados ritmos ou frequências. Por exemplo, sabemos que um baloiço com cordas longas se move naturalmente para trás e para a frente mais lentamente do que um baloiço com cordas curtas. Baloioçar a um ritmo que corresponde ao ritmo a que naturalmente o baloiço se move faz com que a sua amplitude aumente, ao contrário do que se observa a outras frequências.

Muitos de nós já tivemos algum contacto com instrumentos de corda. A partir da sua observação podemos constatar que objetos de maior massa tendem a vibrar com uma frequência menor do que objetos mais leves. Aprendemos que aumentar a rigidez, tensionando a corda, aumenta a frequência da vibração. Por outro lado, a diminuição da dimensão principal, corda mais curta, resulta em frequências de vibração mais elevadas, exemplo do Contrabaixo *versus* cavaquinho [4].

3.2 Introdução à resposta vibratória de um sistema com um grau de liberdade

As observações de fenómenos vibratórios são traduzidas, em engenharia, por equações que têm como base as quantidades físicas de massa, rigidez e amortecimento. A partir da sua análise é possível prever o comportamento de um sistema e controlar a sua amplitude de vibração.

Um sistema vibratório de um grau de liberdade formado por uma massa de valor m e uma mola de constante elástica k , ligados de acordo com a Figura 3.1, constitui o sistema mais simples de vibração.

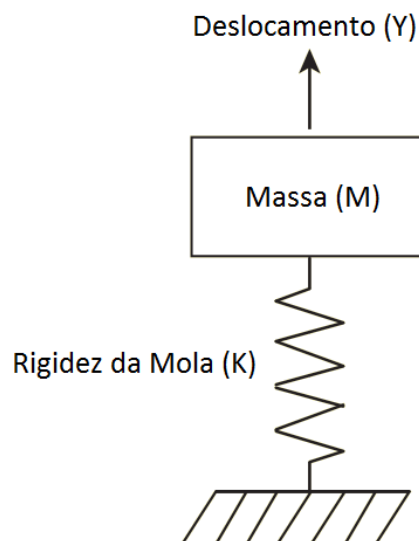


Figura 3.1 Representação do sistema vibratório de um grau de liberdade massa-mola [4].

A partir do equilíbrio do sistema vibratório com um grau de liberdade representado na Figura 3.1, é definido o parâmetro de frequência natural de vibração do sistema ω_n ,

Equação 3.1. Esta corresponde à frequência de oscilação natural da massa após ser aplicada uma perturbação inicial na forma de deslocamento e/ou velocidade.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{Rigidez}{Massa}} \quad [rad/s] \quad (Eq.3.1)$$

A equação estabelece que corpos com massa maior resultam em frequências de vibração mais baixas e que molas mais rígidas resultam em frequências de vibração mais altas.

A amplitude da resposta vibratória em deslocamento após aplicar uma perturbação inicial será dada pela Equação 3.2 e cuja evolução no tempo se representa na Figura 3.2.

$$y(t) = Y \sin(\omega_n t) \quad [m] \quad (Eq.3.2)$$

Refira-se que este possui amplitude de vibração Y constante no tempo, determinada pelas condições iniciais de deslocamento e velocidade, e um período de oscilação T dado por $T = 2\pi/\omega_n$ [5].

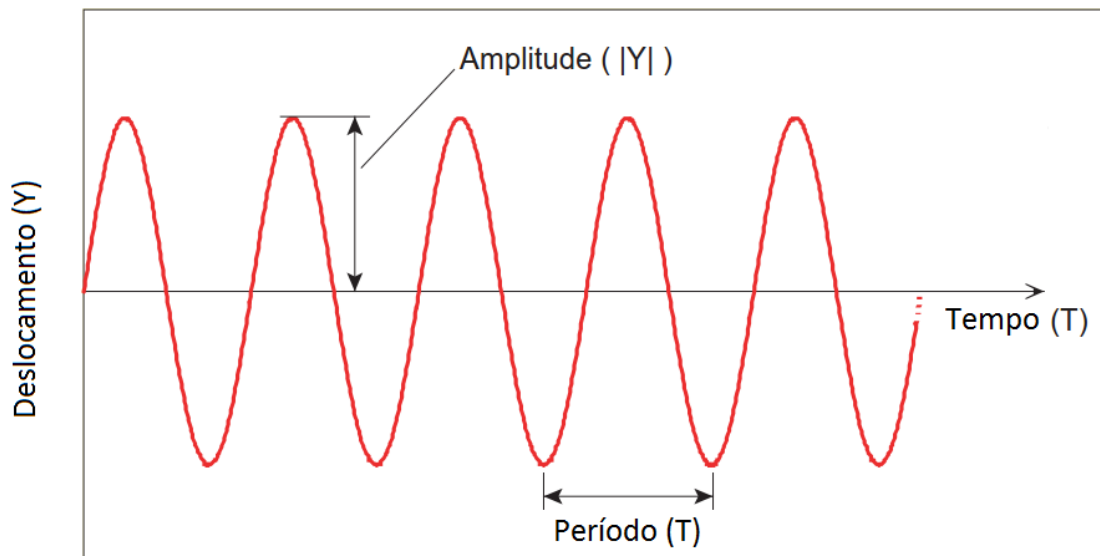


Figura 3.2 Representação da resposta em regime livre de um sistema massa-mola [4].

Na Figura 3.3 está representado um sistema vibratório de um grau de liberdade ao qual, agora, foi adicionado um amortecedor do tipo viscoso, com constante de

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

amortecimento c , e aplicada uma solicitação harmónica do tipo $F(t) = F_0 \sin(\omega t)$, sendo F_0 a amplitude da força e ω a frequência de excitação.

A amplitude da resposta estacionária em deslocamento do sistema é descrita pela Equação 3.3.

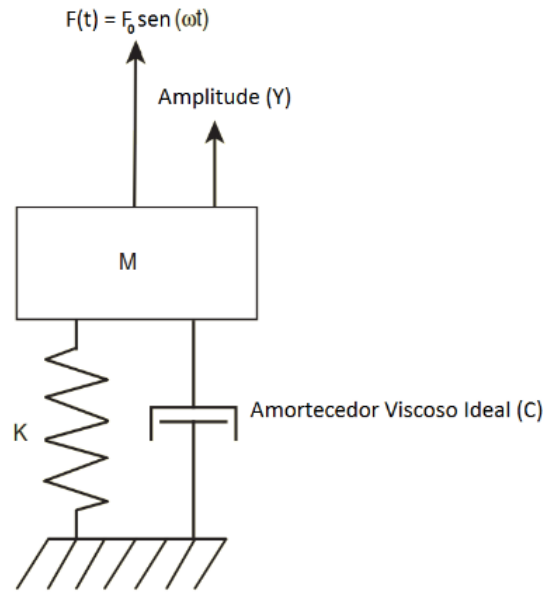


Figura 3.3 Representação do sistema massa-mola-amortecedor submetido a uma solicitação harmónica [4].

$$X = \frac{\frac{F_0}{k}}{\sqrt{\left(1 - \frac{m\omega^2}{k}\right)^2 + \left(\frac{c\omega}{k}\right)^2}} \quad (\text{Eq.3.3})$$

Introduzindo os parâmetros razão de frequências ω/ω_n e razão de amortecimento $\zeta = c/2m\omega_n$ na equação da amplitude da resposta estacionária, obtém-se:

$$X = \frac{\frac{F_0}{k}}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}} \quad (\text{Eq.3.4})$$

O fator de amplificação dinâmica X/δ_{st} é um parâmetro que relaciona a amplitude de deslocamento da resposta estacionária com o deslocamento provocado por uma solicitação equivalente aplicada de forma estática δ_{st} , Equação 3.5.

$$\frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}} \quad (\text{Eq.3.5})$$

Na Figura 3.4 representa-se o fator de amplificação dinâmica X/δ_{st} em função da razão de frequências, para uma solicitação do tipo harmónico com amplitude de força constante e considerando vários casos de amortecimento viscoso.

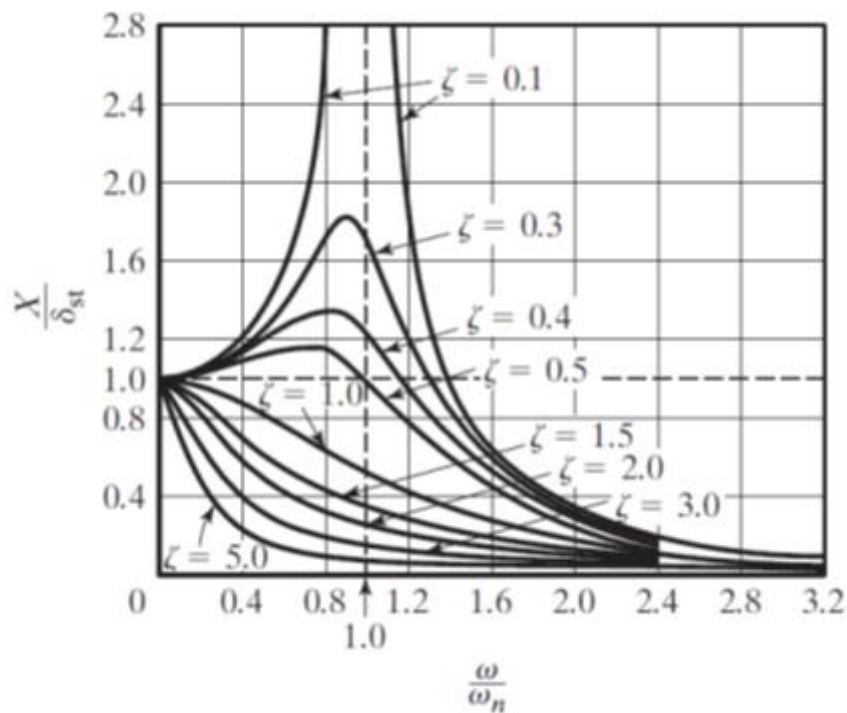


Figura 3.4 Representação do fator de amplificação dinâmico, função da razão de frequências e razões de amortecimento para uma solicitação harmónica [6].

A análise da Figura 3.4 revela várias regiões de interesse que merecem algumas considerações.

Para frequências de excitação muito inferiores à frequência natural do sistema, a amplitude da resposta é aproximadamente constante e igual à amplitude da resposta estática do sistema δ_{st} .

A amplitude da resposta aumenta até um máximo, correspondendo à frequência natural amortecida nos casos $0 < \zeta < 1/\sqrt{2}$. Para razões de amortecimento $\zeta > 1/\sqrt{2}$, a frequência natural de vibração corresponde à frequência de excitação nula.

Para a região correspondente a frequências de excitação superior a $\sqrt{2}$ da frequência natural do sistema não amortecida, a amplitude da resposta é inferior à amplitude da resposta estática e aumenta com a razão de amortecimento.

Um sistema é descrito como estando em ressonância quando a frequência de excitação é coincidente ou próxima da sua frequência natural amortecida, sendo que para baixas razões de amortecimento apresenta elevadas amplitudes de deslocamento.

Os conceitos aqui apresentados para a resposta de um sistema com um grau de liberdade poderão, igualmente, ser aplicados, com os devidos ajustes, a sistemas com n -graus de liberdade e a sistemas contínuos de distribuição de massa, rigidez e amortecimento. Nestes casos, os sistemas de n -graus de liberdade e contínuos são caracterizados por possuírem, respetivamente, n frequências naturais ou um número infinito de frequências naturais, com os correspondentes modos naturais de vibração.

As frequências naturais de vibração estão associadas à distribuição de massa e rigidez do sistema. A ressonância ocorre quando a frequência de excitação é próxima da frequência natural do sistema amortecido e podem ser controladas ajustando o coeficiente de amortecimento [5].

As serras de corte circular são vistas como uma estrutura contínua, possuindo um número infinito de frequências naturais e modos naturais de vibração. É de referir que os modos mais relevantes para o estudo da vibração são os correspondentes às primeiras frequências naturais, por serem os que apresentam maior amplitude e maior contribuição para a resposta vibratória.

3.3 Vibração de uma serra circular

A vibração de uma serra é causada por distúrbios inerentes ao processo de corte, estando sempre presente com diferentes graus de significância. Se a vibração de uma serra é indesejável devem ser realizados esforços para reduzir ou eliminar a vibração, sem encarecer significativamente o seu custo de fabrico. As vibrações nas serras circulares aumentam a perda por corte, reduzem a precisão do produto e diminuem a qualidade do acabamento da superfície, irradiam ruído, reduzem a vida útil da ferramenta e aumentam o tempo de paragem das máquinas.

A vibração generalizada numa serra pode ser considerada a resultante da contribuição dos seus diferentes modos de vibração. Cada modo tem uma forma, amplitude e frequência características. Os modos de vibração consistem numa combinação de um número inteiro de círculos nodais, m , e diâmetros nodais, n , como ilustrado na Figura 3.5.

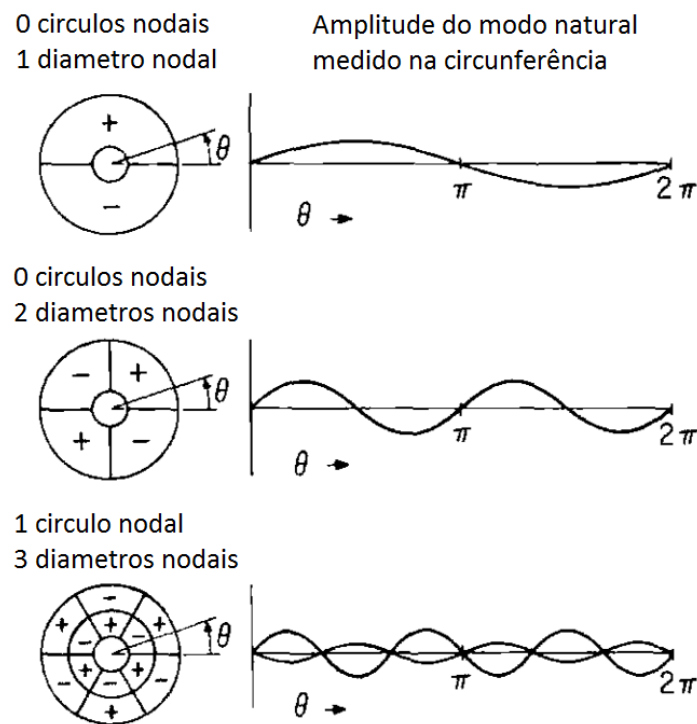


Figura 3.5 Representação esquemática dos modos naturais de vibração de uma serra circular em rotação [7].

A frequência específica de cada modo, ω_{mn} , denominada de frequência natural de vibração, depende da geometria da serra, da relação entre a flange e o diâmetro da serra, das propriedades do material e das tensões de membrana no plano da serra [7]. Estas tensões podem ser geradas por tensionamento, por efeitos térmicos, por rotação da serra e pelas tensões residuais que resultam dos processos de fabrico. De referir que

a serra em ambiente operacional está em constante mudança, como tal, verifica-se uma alteração do estado de tensão de membrana e uma consequente variação da frequência natural.

Teoricamente, existe um número infinito de modos de vibração com todas as combinações de círculo e diâmetro nodais. No entanto, os modos de frequências muito altas requerem mais energia e são dificilmente excitados no processo de corte ou, por outro lado, possuem amplitude de vibração considerada desprezável. Por estas razões, os modos de vibração que normalmente mais influência possuem no movimento transversal das serras são os de menor frequência natural, os que apresentam ter até 6 diâmetros nodais e 0 círculos nodais [7].

As amplitudes de vibração de uma serra durante a operação de corte são causadas pela sobreposição da amplitude relativa dos modos naturais de vibração, os quais possuem diferentes orientações e fase. Estes fatores são dependentes das propriedades das forças motrizes causadas pelo corte, nomeadamente: pela interação da peça com as superfícies laterais da serra, por carregamento aerodinâmico dos dentes da serra, por desequilíbrio do veio, por vibração do motor, etc. Em suma, a resposta de uma serra é determinada pela combinação das forças motrizes e pelos seus modos de vibração.

O conceito de ressonância é particularmente importante na compreensão da vibração lateral das serras. Na visão mais simplista, a ressonância ocorre quando as forças motrizes são sinusoidais e com frequência igual a uma das frequências naturais da serra. Neste caso, a soma modal que constitui a vibração da serra, reduz-se a um único modo natural de vibração com frequência ω_{mn} , a qual vai originar uma elevada amplitude. A amplitude pode ser controlada pelo amortecimento inerente ao modo natural de vibração e por outros fatores não controláveis, como: o escoamento do ar entorno da serra, o espaçamento dos dentes, o material a cortar, etc.

Na verdade, as forças envolvidas no processo de corte nunca são sinusoidais nem constantes. São compostas por uma combinação de forças periódicas, como: a frequência de passagem do dente, e por forças aleatórias, como a interação das superfícies laterais da serra com a peça de trabalho. Assim, as forças significativas do processo de corte estão distribuídas ao longo de uma gama de frequências, sendo os modos individuais da serra excitados nessa gama. Quando as forças de excitação estão próximas das frequências naturais da serra dá-se o fenómeno de ressonância, caracterizado pela elevada amplitude de oscilação lateral, instabilidade da serra e elevado ruído.

Para evitar os fenómenos de ressonância teremos de alterar as frequências naturais de vibração da serra e/ou as forças motrizes. Estas técnicas são na prática empregues todos os dias na indústria. A alteração das forças motrizes é produzida pelo afiamento dos dentes, variação da velocidade de avanço ou da rotação da serra. Enquanto que a

alteração das frequências naturais é controlada pelo tensionamento, tratamento térmico, revestimentos, etc. [7]. Todavia, existem aspetos que não são controláveis em ambiente produtivo, como: a velocidade de corte, o estado da máquina de corte, o material a cortar, o nível de afiamento dos dentes, a dimensão da flange, o binário de aperto, etc.. Assim, o projeto de uma serra que se pretenda que seja de aplicação geral terá de ser robusto para que possa lidar com estes imponderáveis. Por outro lado, caso se pretenda uma serra de elevado desempenho, esta terá de ser projetada especificamente para uma máquina e controlados todos os seus parâmetros de funcionamento.

3.4 Estabilidade de uma serra circular

Devido à natureza de funcionamento das serras, estas apresentam sempre amplitude de vibração, mas nem sempre essa amplitude as torna instáveis. Na condição de instabilidade transversal iminente, verifica-se que a mínima perturbação provoca elevadas amplitudes de deslocamentos laterais.

A teoria da estabilidade de serras circulares estabelece um modelo matemático ou físico entre o seu comportamento dinâmico e a sua instabilidade iminente. Este modelo contempla dois mecanismos de instabilidade, a saber: a encurvadura por varejamento e a velocidade crítica.

No que concerne à encurvadura por varejamento, a serra assume uma forma harmónica fixa de grande amplitude. Este modo de encurvadura é constituído, normalmente, por 6 diâmetros nodais, dependendo da relação entre a rigidez à flexão e torsão da serra. Na encurvadura e com a rotação das serras, existe na maioria dos casos um aumento do contacto lateral da serra com a peça causando sobreaquecimento da extremidade da serra por fricção. Caso a temperatura local exceda uma temperatura próxima dos 250 °C, manchas azuis formam-se na superfície da serra [7]. Estas correspondem às manchas mais escuras representadas na Figura 3.6.

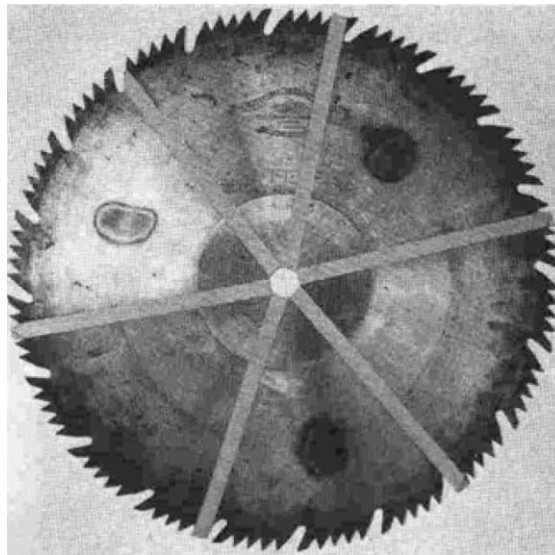


Figura 3.6 Marcas provocadas pelo contacto entre a peça e a serra [7].

O fenómeno de encurvadura ocorre numa serra circular devido à instabilidade criada pelo tensionamento excessivo ou pela velocidade de rotação excessiva. No entanto, o

mais comum é o tensionamento excessivo, fenómeno conhecido por “empratamento” da serra, Figura 3.7.

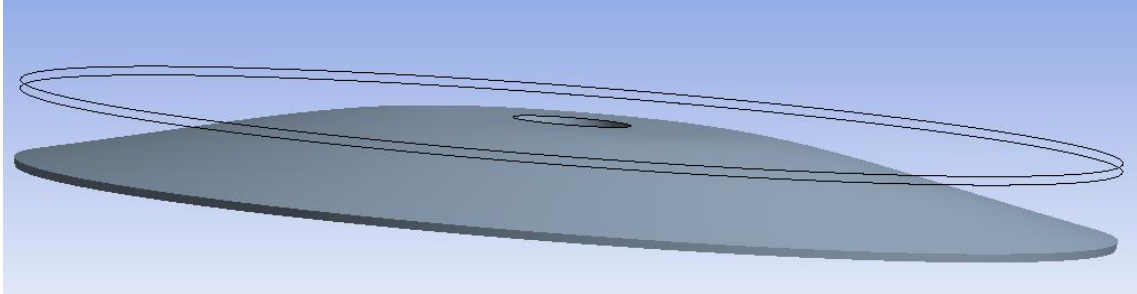


Figura 3.7 Representação do fenómeno de “empratamento” de um disco.

O segundo mecanismo de instabilidade é provocado pela velocidade crítica e corresponde a um caso particular de ressonância, que será explicado com maior detalhe mais adiante. Neste caso, a velocidade de rotação crítica determina a velocidade de rotação máxima estável da serra, Ω_{rot} .

$$\Omega_{crit} = \min \left(\frac{\omega_{mn}}{n} \right), m = 0, 1, 2, \dots \wedge n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{Eq.3.6})$$

A instabilidade da serra ocorrerá quando se verificar a relação $\Omega_{rot} \geq \Omega_{crit}$.

Na ausência de tensionamento excessivo, a instabilidade é provocada pela velocidade crítica da serra e ocorrerá sempre antes da encurvadura [7].

3.5 Velocidade Crítica

Uma explicação do fenómeno da velocidade crítica requer uma compreensão do conceito de propagação de uma onda na direção circunferencial de um disco. Esta corresponderá ao modelo de um modo natural de vibração possuindo pelo menos um diâmetro nodal.

Fenómeno semelhante às ondas propagadas na direção angular de um disco é observado quando aplicamos uma perturbação inicial na forma de deslocamento no centro de uma corda tensionada, conforme se mostra na Figura 3.8. Neste caso, as ondas propagam se em linha reta, ao contrário das serras que se propagam na direção circunferencial ou angular.

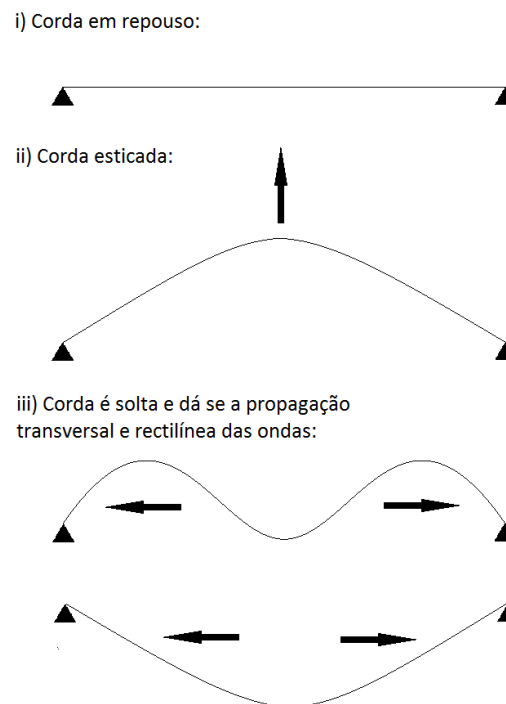


Figura 3.8 Representação esquemática da propagação de ondas numa corda.

Para uma melhor perceção deste fenómeno, temos que numa primeira fase abordar a ressonância da serra na ausência de rotação. Nesta análise é assumido que as ondas se propagam preferencialmente na direção angular da serra. Para o caso de se aplicar um deslocamento num ponto da borda livre da serra, a resposta consistirá em duas

ondas que se propagam em direções angulares opostas em torno da serra. A Figura 3.9 demonstra este fenómeno para um modo com um diâmetro nodal.

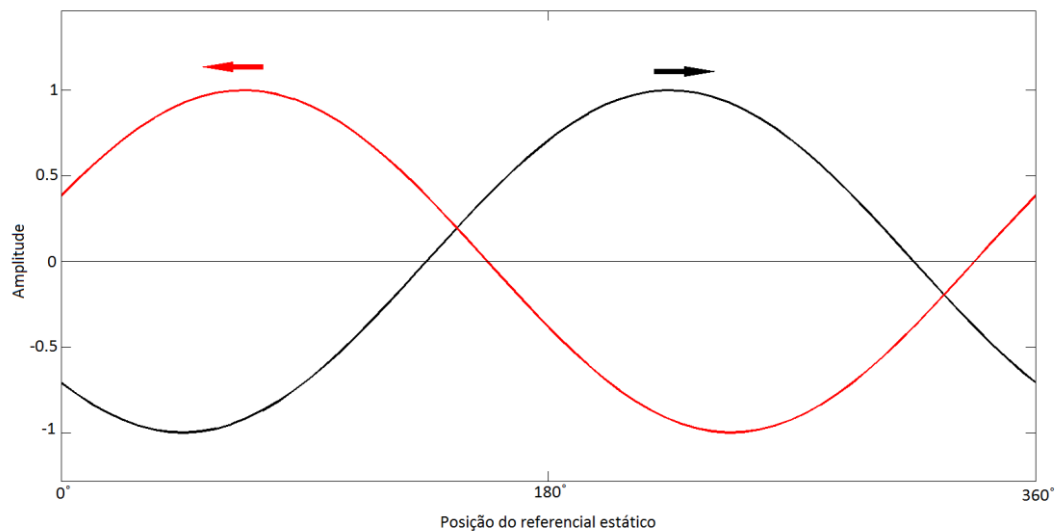


Figura 3.9 Representação da propagação de ondas num disco.

As ondas nas serras viajam em sentidos opostos a uma velocidade determinada pelos modos naturais de vibração. Quando a serra é colocada em rotação, a velocidade de propagação de ondas que se deslocam na direção da rotação aumenta em relação a um referencial fixo, e a velocidade de propagação de ondas que se deslocam na direção contrária à rotação diminui em relação a um referencial fixo.

As ondas que se propagam na direção da rotação são as “ondas progressivas”, na literatura técnica internacional são normalmente referidas como FW (*forward traveling waves*). O aumento na velocidade de propagação das ondas progressivas resulta de dois efeitos: a translação das ondas criada pela rotação, Ω_{rot} , e o aumento da frequência dos modos, devido ao aumento da rigidez na serra, provocado pelas forças centrífugas. As ondas que se propagam na direção contrária à rotação são as “ondas regressivas”, na literatura técnica internacional são normalmente designadas como BW (*backward traveling waves*). Neste caso, verifica-se uma diminuição da velocidade de propagação das ondas regressivas em relação a um referencial fixo, pois a diminuição provocada pela translação é superior ao aumento provocado pela variação de rigidez.

As ondas progressivas e regressivas de cada modo possuem velocidades distintas quando observadas a partir de um referencial fixo, sendo interpretadas como duas frequências de ressonância, uma superior e outra inferior à frequência natural quando esta é observada por um referencial móvel que rode solidário com a serra.

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

Um exemplo deste fenómeno é observado todos os dias quando uma ambulância passa por nós a grande velocidade, verifica-se uma variação na frequência do som produzido nas sirenes quando estas se aproximam e se afastam, este fenómeno é conhecido por efeito Doppler.

O fenómeno da propagação das duas ondas em função da velocidade de rotação de um disco para um só modo de vibração de diâmetro nodal é ilustrado na Figura 3.10.

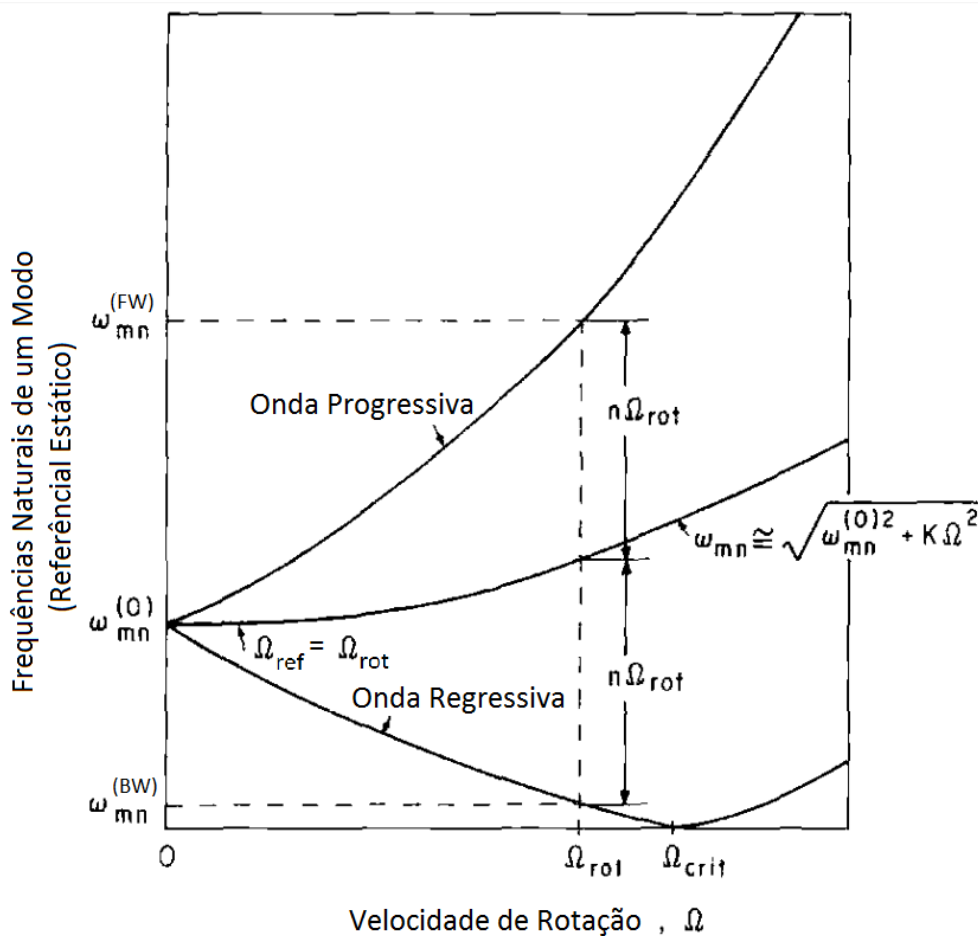


Figura 3.10 Representação das ondas de propagação de um modo natural em função da velocidade de rotação de um disco [7].

A análise da Figura 3.10 revela três linhas correspondentes à variação de três frequências em função da velocidade de rotação de um disco. Em seguida passaremos à análise em detalhe de cada uma destas frequências.

A vibração observada a partir de um referencial móvel, que roda solidário com a serra, é a frequência natural relativa da serra ω_{mn} .

$$\omega_{mn}^2 \cong \omega_{mn}^{(0)2} + K\Omega_{rot}^2 \quad (\text{Eq.3.7})$$

Sendo $\omega_{mn}^{(0)}$ a frequência natural de um modo (m, n) na ausência de rotação. O segundo termo desta equação representa o aumento da frequência devido à força centrífuga, em que K descreve o aumento de rigidez do disco. Esta componente é, em geral, pequena e é responsável pela frequência apresentar um comportamento não linear. Por esta razão, observa-se um ligeiro aumento da frequência natural $\omega_{mn}^{(0)}$ com a velocidade de rotação Ω_{rot} . Todavia, a observação a partir de um referencial fixo revela a presença de duas frequências naturais correspondentes ao mesmo modo: a frequência natural da onda progressiva e frequência natural da onda regressiva.

Frequência natural da onda progressiva:

$$\omega_{mn}^{(FW)} = \omega_{mn} + n\Omega_{rot} \quad (\text{Eq.3.8})$$

Frequência natural da onda regressiva:

$$\omega_{mn}^{(BW)} = \omega_{mn} - n\Omega_{rot} \quad (\text{Eq.3.9})$$

Este modo (m, n) pode entrar em ressonância, excitando qualquer uma das frequências de referencial fixo $\omega_{mn}^{(FW)}$ e $\omega_{mn}^{(BW)}$. No entanto, a frequência natural da onda regressiva é a que define a velocidade crítica de rotação da serra, sendo esta considerada a mais importante.

Com o aumento da velocidade de rotação do disco Ω_{rot} verifica-se que a frequência natural da onda regressiva $\omega_{mn}^{(BW)}$ tende para zero, correspondendo à velocidade crítica da serra Ω_{crit} . Neste ponto, a serra apresenta uma força constante estacionária de frequência próxima de zero, provocada por forças de corte ou pelo efeito giroscópico. Quando estas são suficientemente elevadas, há forte possibilidade do disco se tornar instável. A frequência natural da onda regressiva $\omega_{mn}^{(BW)}$ dos diferentes modos não tende de igual forma para zero. Em particular há um modo em que este fenómeno ocorre primeiro, o qual é designado de modo de velocidade crítica e à velocidade para o qual se verifica o fenómeno é chamada de velocidade crítica.

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

Quando a velocidade de funcionamento se aproxima da velocidade crítica, verifica-se instabilidade no comportamento da serra, podendo ocorrer a sua rutura. Na vizinhança da velocidade crítica ocorre um aumento da amplitude de vibração, causando deterioração da precisão do corte. Pelo contrário, para velocidades mais afastadas da velocidade crítica observa-se uma maior estabilidade no funcionamento da serra e melhoria da qualidade do corte.

No caso da serra apresentar uma configuração axi-simétrica, qualquer diâmetro da serra é um potencial diâmetro nodal e os diâmetros nodais movem-se ao longo da serra, como se demonstra na Figura 3.11.

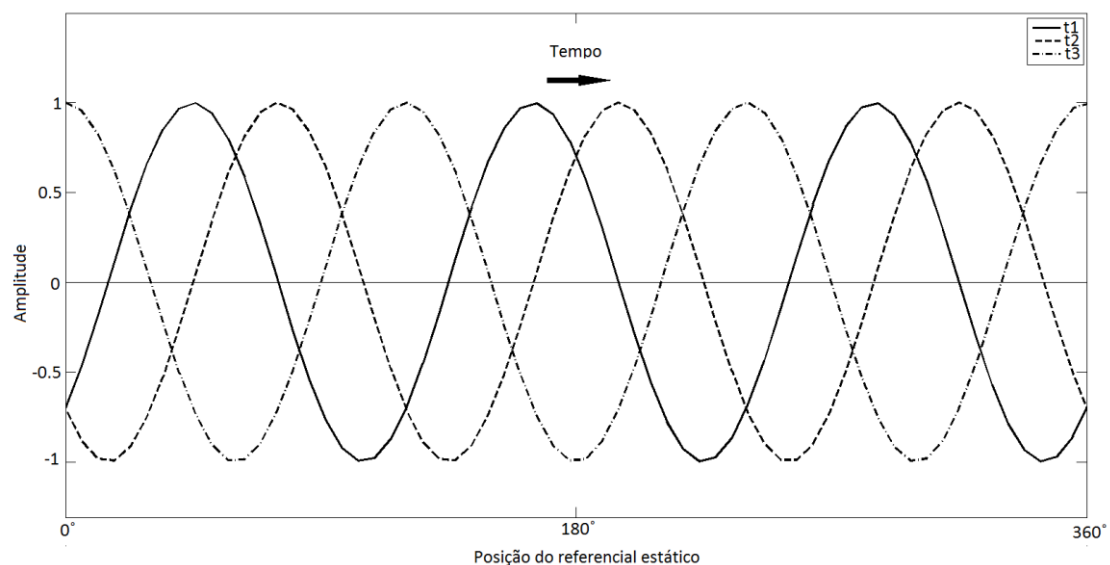


Figura 3.11 Representação de um modo com 3 diâmetros nodais a variar no tempo [8].

À velocidade crítica, a velocidade de propagação da onda regressiva é igual em velocidade à rotação da serra, mas com sentido oposto, fazendo com que a velocidade relativa da onda regressiva seja zero quando observada a partir de um referencial fixo.

A estacionaridade das ondas faz com que os diâmetros nodais não alterem a sua posição no tempo, ver Figura 3.12.

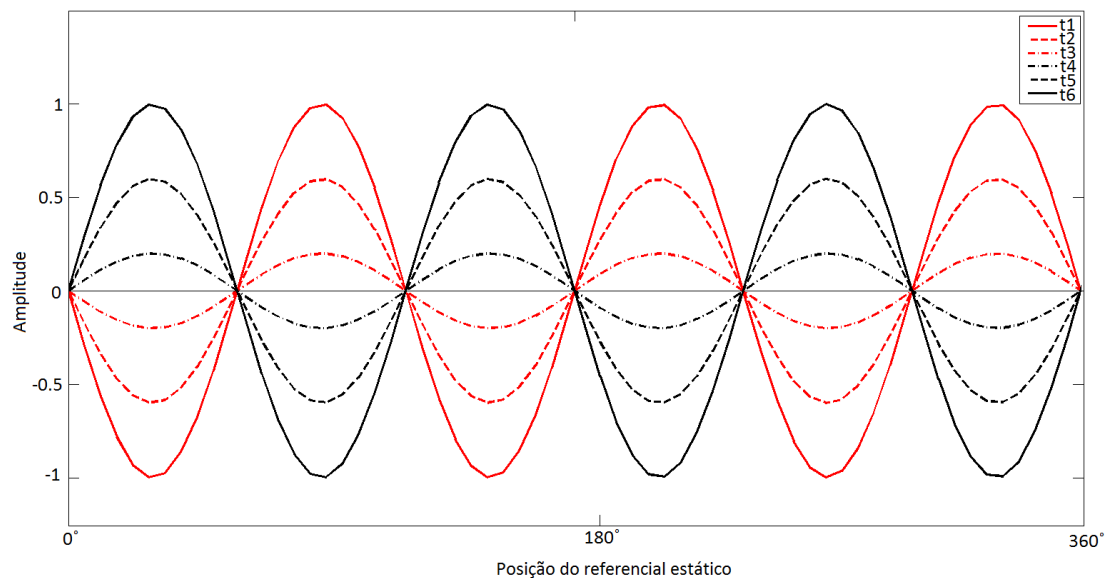


Figura 3.12 Representação da onda estacionária para um modo com 3 diâmetros nodais [8].

Para o caso da serra apresentar uma configuração axi-assimétrica, esta apresenta um diâmetro nodal preferencial e não se estabelece a estacionaridade da onda. À velocidade crítica verifica-se alguma instabilidade, mas a onda deixa de ser estacionária e a amplitude de vibração vem diminuída. Esta pode ser a contribuição mais importante dos cortes radiais introduzidos na periferia, para além de reduzirem o efeito do aumento das tensões tangenciais devido à expansão térmica, também criam axi-assimetria na serra e, consequentemente, inibem a formação de ondas estacionárias [7].

Capítulo 4

Análise modal de um disco

4.1 Introdução

Com o objetivo de construir um modelo numérico representativo da resposta modal de um disco circular, procedeu-se à medição das frequências naturais e respetivos modos naturais de vibração, recorrendo para esse efeito, à análise modal experimental que é descrita ao longo deste capítulo. O modelo numérico será usado mais tarde no estudo da variação da frequência produzido pelo anel de tensionamento.

4.2 Análise Modal Experimental

A análise modal experimental serve-se da medição das Funções de Resposta em Frequência (FRFs) para construir um modelo matemático representativo do comportamento vibratório da estrutura. Este modelo matemático ou modelo modal é definido pelo conjunto de parâmetros modais: frequência natural, amortecimento e respetivo modo natural de vibração. Para que a estimativa das frequências naturais de vibração sejam determinadas com precisão é importante que a aquisição das FRFs se faça com elevada qualidade. A seleção do tipo de excitação, a localização dos transdutores, o tipo de transdutores, a montagem, os cabos de ligação, a calibração, e a redução ou eliminação de erros causados por *Aliasing*, *Leakage*, não linearidades e incoerência das fontes de ruído são fatores importantes para garantir a aquisição de FRFs de elevada qualidade [9].

4.2.1 Análise do disco para a condição livre-livre

As frequências naturais de vibração de um disco, em aço com 280 mm de diâmetro externo, 30 mm de diâmetro interno e 2.19 mm de espessura, na condição livre-livre e para a banda de frequências [0-1 kHz] foram determinadas a partir da medição das FRFs, Figura 4.1. Um martelo de impacto da PCB Piezotronics®- modelo 086C03 foi usado para excitar a estrutura e a resposta do tipo exponencial negativa foi medida com um acelerómetro da PCB Piezotronics®- modelo 357A08, amplificado através de um conversor PCB Piezotronics®- modelo 422E52. Os dois sinais foram adquiridos através

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

do analisador integrado de sinal da Oros® modelo OR35, sendo posteriormente analisados com o *software* NVGate.



Figura 4.1 Montagem experimental do disco na condição livre-livre.

A análise das FRFs medidas em 4 pontos aleatórios do disco, Figura 4.2, revelou a presença de sete frequências naturais de vibração na banda de frequências analisada. Na tabela 4.1 apresentam-se a ordem dos modos função da sua frequência natural de vibração.

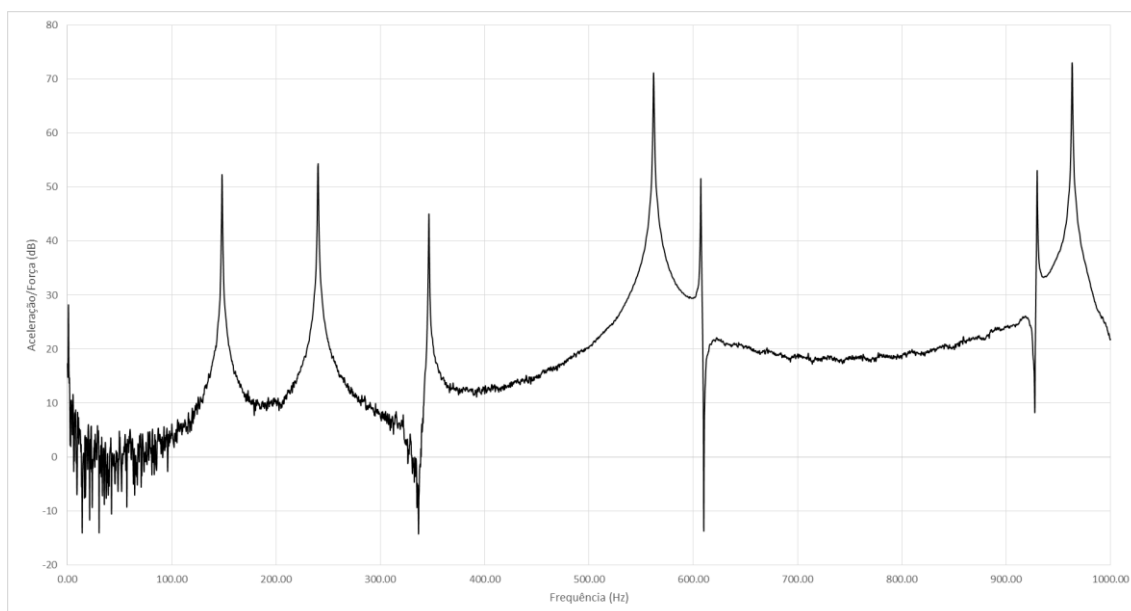


Figura 4.2 Representação da FRF do disco para a condição livre-livre.

Tabela 4.1 Frequências naturais do disco analisado.

Modo (n,m)	Frequência (Hz)
2,0	148,63
0,1	241,22
3,0	347,91
1,1	564,31
4,0	609,41
5,0	933,13
2,1	967,13

Os campos de rotações modais das primeiras 7 frequências naturais de um disco em aço para a condição próxima da livre-livre foram medidas utilizando a técnica de Shearografia Speckle, Figura 4.3. Esta é uma técnica de campo, que permite medir sem contacto e com elevada resolução espacial o campo de rotações de uma superfície. A condição livre-livre foi materializada suspendendo o disco por dois fios flexíveis.

A técnica de modulação temporal de fase e de iluminação estroboscópica laser são combinadas com a técnica de Shearografia Speckle para medir o campo de rotação modal. A introdução da iluminação laser estroboscópica sincronizada com excitação da vibração permite congelar no tempo a posição do disco. A iluminação estroboscópica ou modulação de intensidade da iluminação é aqui criada através modulador acústico-ótico. É de referir que a largura dos impulsos laser gerados devem ser estreitos para congelar o movimento e possuir a largura suficiente para iluminar a superfície do disco. O gerador de sinal Tektronix® AFG320 modelo, é utilizado para produzir dois sinais síncronos que vão excitar o disco e pulsar a iluminação laser. O disco foi excitado às suas

frequências naturais de vibração usando um piezoelétrico e a rotação modal medida com a técnica de Shearografia Speckle.

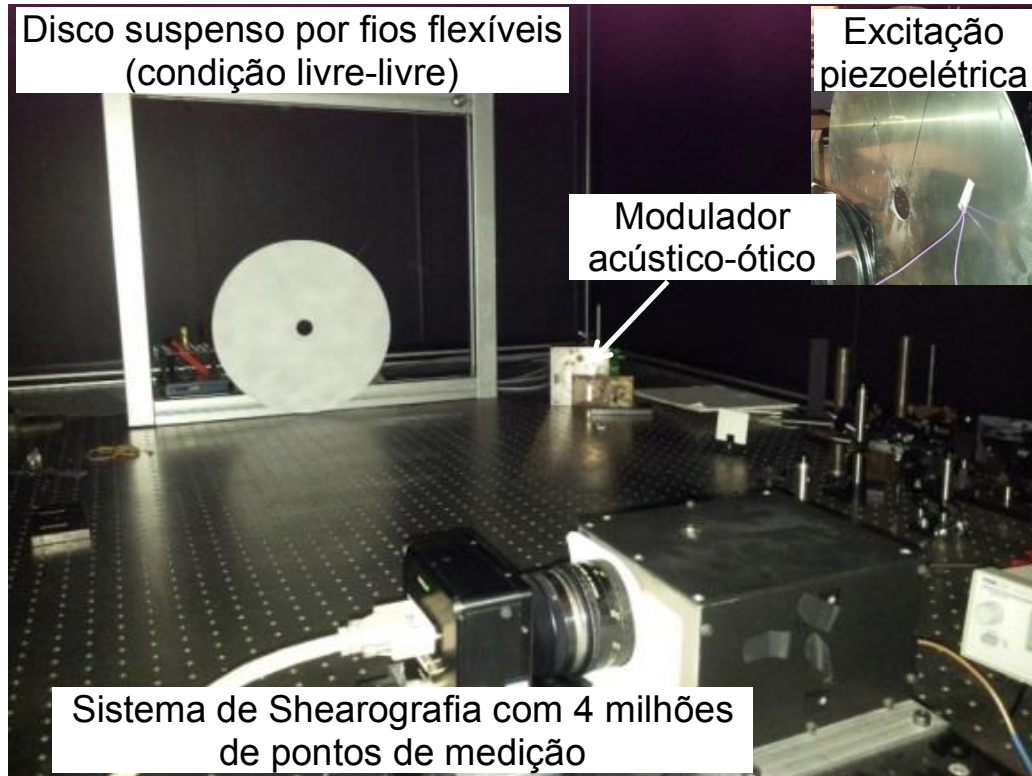


Figura 4.3 Montagem experimental para medição das rotações modais do disco.

Os campos de rotação modal são determinados a partir dos mapas de fase medidos com a técnica de Shearografia Speckle, os quais são filtrados e a sua fase desembrulhada. É demonstrado que a relação entre o campo de rotação $\theta_x(x, y)$ para a direção x e o mapa de fase medido $\Delta\phi(x, y)$ é definida por [10]:

$$\theta_x(x, y) \approx \frac{\lambda}{2\pi\Delta x} \Delta\phi(x, y) \quad (\text{Eq.4.1})$$

em que $\Delta x = 10mm$ é o desfasamento das duas frentes de onda e $\lambda = 532nm$ é o comprimento de onda da luz laser.

Na Figura 4.4 apresenta-se o procedimento seguido de pós-processamento dos mapas de fase para a determinação do campo de rotação modal correspondente à quinta frequência natural de vibração do disco.

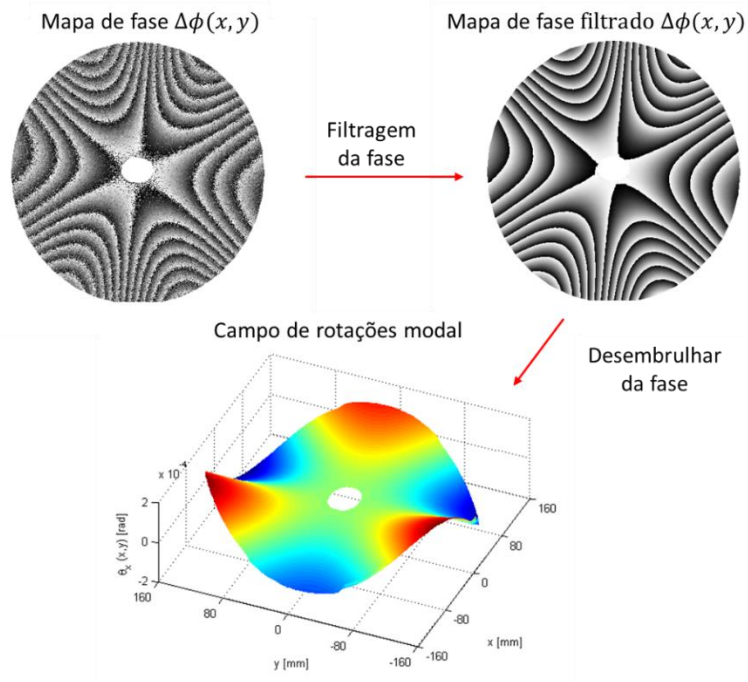


Figura 4.4 Procedimento para a determinação dos campos de rotações modais.

Na Figura 4.5 representam-se os sete campos de rotação modal correspondentes às primeiras sete frequências naturais do disco anteriormente identificadas na banda de frequência de 0 a 1kHz.

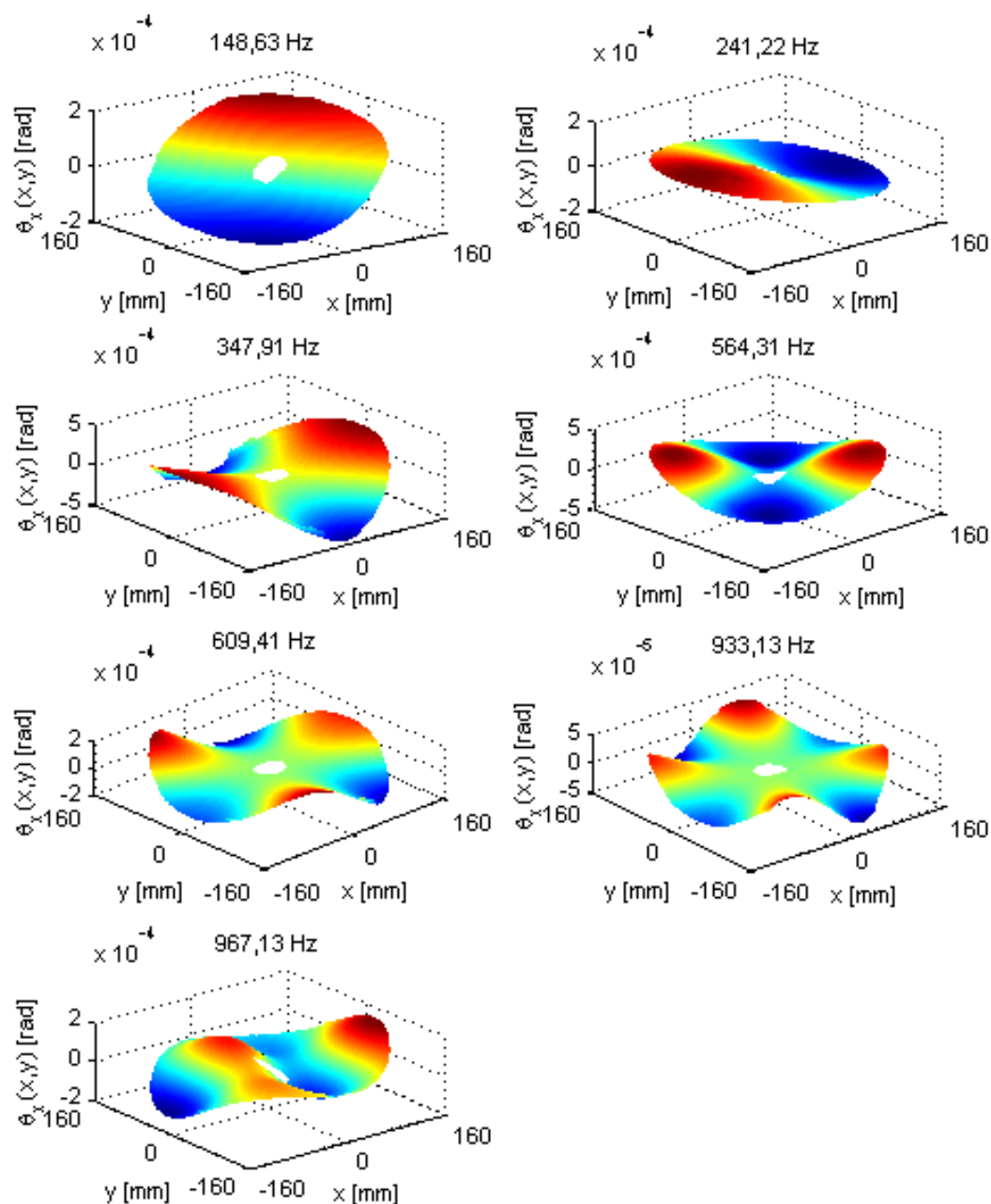


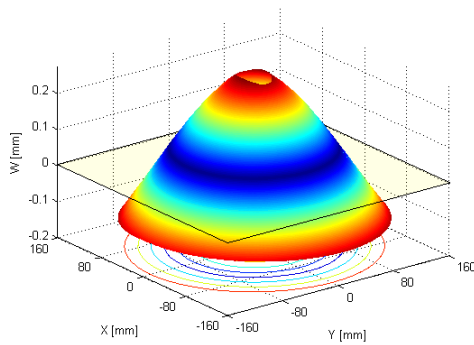
Figura 4.5 Representação dos campos de rotação modal das primeiras frequências naturais do disco.

O campo de deslocamentos modal ou forma natural de vibração do disco é obtido por integração numérica do campo de rotações, usando a regra dos trapézios:

$$W(x_n, y) \approx \frac{h}{2} \sum_{i=1}^n A_i \theta_x(x_i, y) \quad (\text{Eq.4.2})$$

Sendo h a largura do trapézio e A_i os pesos da função, que para o caso dos trapézios assumem o valor de 2, com exceção dos extremos que toma o valor de 1. Na figura 4.6 apresentam-se dois campos de deslocamento modal.

Modo (0,1) 241,22 Hz



Modo (2,1) 967,13 Hz

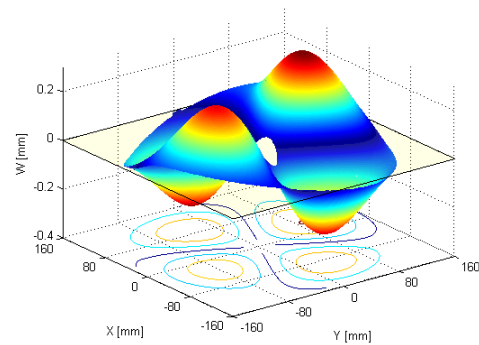


Figura 4.6 Representação dos campos de deslocamento modal do disco.

4.2.2 Análise do disco para a condição de encastramento

No sentido de se estudar a influência do tensionamento na resposta vibratória da serra para as condições próximas de serviço, isto é, fixa no centro por uma flange, procedeu-se a nova análise modal. Neste caso, o disco é fixo no seu centro por uma flange de 79 mm de diâmetro ao veio, sendo as frequências naturais identificadas a partir das FRFs medidas em diferentes pontos do disco. Na Figura 4.7 apresenta-se a montagem realizada para a medição das FRFs do disco, sendo a flange fixa a um veio suportado por um maciço em aço de elevada rigidez, simulando assim condições próximas de encastramento.



Figura 4.7 Disco com apoio encastrado no centro.

Na Figura 4.8 é apresentada uma FRF medida para o disco encastrado no centro. A partir da sua análise é possível identificar seis frequências naturais de vibração na gama de 0 a 1 kHz. As frequências naturais do disco são influenciadas pela rigidez da sua fixação ao veio, sendo esta determinada pelo binário de aperto da flange. Para garantir a repetibilidade dos ensaios, resolveu-se medir as frequências naturais de vibração em

10 discos diferentes, sendo o binário de aperto da flange controlado através de uma chave dinamométrica.

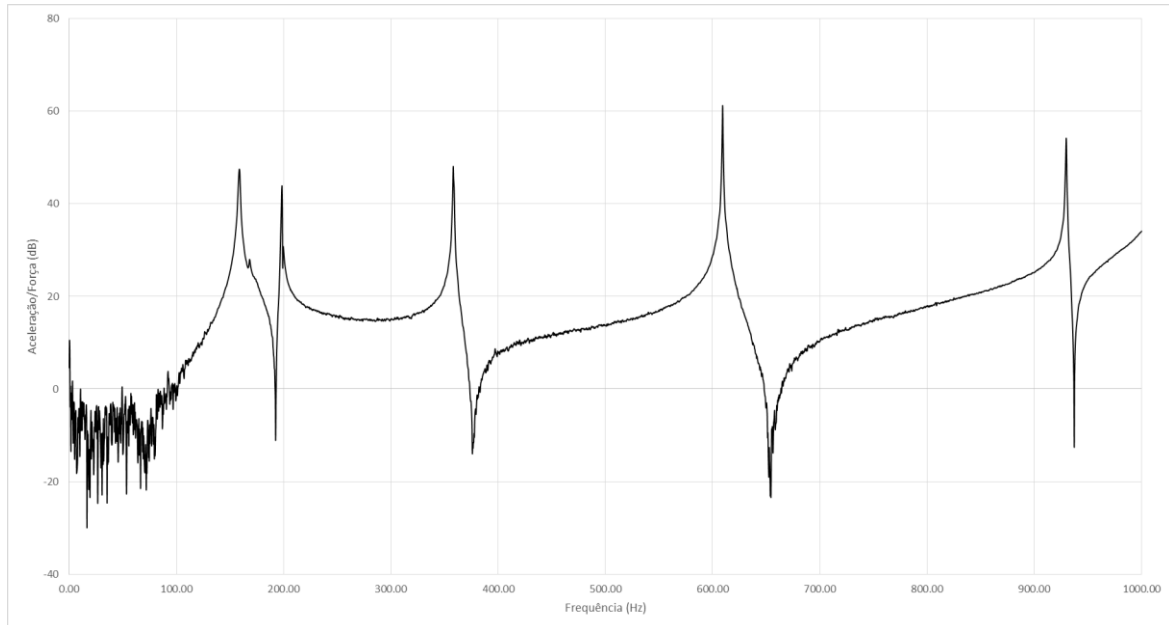


Figura 4.8 Representação da FRF do disco para a condição de encastramento no centro.

Na tabela 4.2 apresentam-se o valor médio e o erro relativo máximo das frequências naturais de vibração identificadas em 10 discos, para a condição de encastramento no centro.

Tabela 4.2 Frequências naturais de vibração para o disco encastrado.

Modo (n,m)	Frequência (Hz)	Erro relativo máximo (%)
1,0	159.50	0.24
0,0	167.97	1.34
2,0	199.88	0.45
3,0	360.53	0.49
4,0	612.56	0.46
5,0	934.16	0.26

A análise dos resultados apresentados na Tabela 4.2 revela que em geral houve um aumento das frequências naturais relativamente à condição de apoio livre-livre, o qual é explicado pela introdução do apoio no centro do disco. De igual forma, verifica-se que a ordem dos modos naturais de vibração foi alterada pela rigidez do apoio. A influência

do apoio no aumento da frequência natural é função da amplitude e curvatura modal na região de encastramento

Conforme já foi referido anteriormente, as frequências e modos naturais de vibração identificados a partir da análise modal experimental servirão de base à validação do modelo numérico apresentado no próximo capítulo.

Capítulo 5

Construção do modelo numérico

5.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os modelos numéricos do disco para as condições de apoio livre-livre e encastrado, desenvolvido no programa comercial de elementos finitos Ansys®. O ajuste do modelo numérico consistiu em ajustar o tamanho do elemento da malha de elementos finitos, tendo como referências as frequências e os modos identificados pela análise modal experimental.

5.2 Modelo numérico do disco

O modelo geométrico do disco com as dimensões 280 mm de diâmetro exterior, 30 mm diâmetro interior e 2.19 mm de espessura foi construído no programa de modelação geométrica Solidworks®. O modelo foi importado para o programa de elementos finitos Ansys® módulo *Workbench*, sendo as propriedades mecânicas e as condições de apoio introduzidas no modelo. A curva tensão-deformação experimental do material, obtida por ensaio de tração normalizado (NP EN 10002-1 2006), foi usada nas simulações numéricas, Figura 5.1. Refira-se que para uma correta simulação do tensionamento do disco é necessário conhecer com rigor a relação da tensão-deformação no regime plástico do material.

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

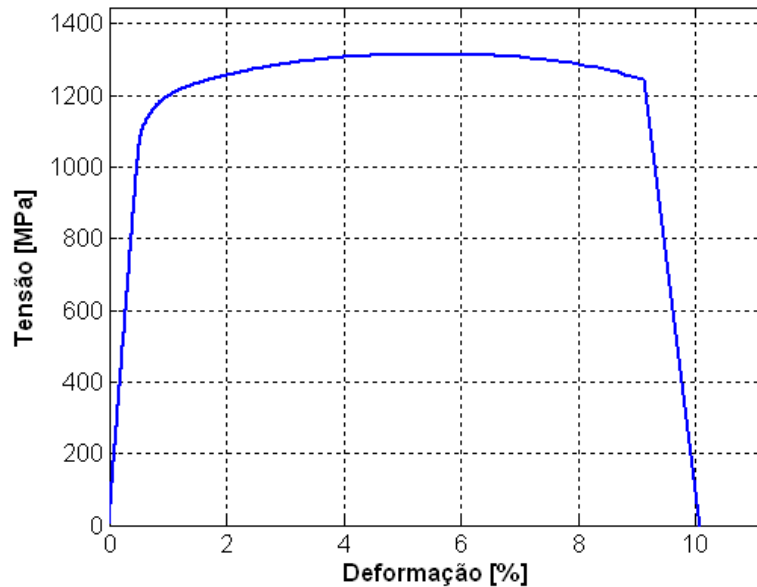


Figura 5.1 Representação da curva experimental tensão-deformação do material, obtida a partir de ensaio de tração normalizado.

5.2.1 Condição de apoio livre-livre

Assim como foi observado na análise modal experimental, o comportamento do disco depende do tipo de apoio. Todavia, as condições ideais de apoio são dificilmente materializáveis na prática. A condição livre-livre com rigidez de apoio nula e o encastramento com rigidez infinita não existem. No entanto, a condição livre-livre através da suspensão da estrutura por fios ou elásticos flexíveis é de todas as condições a que mais se aproxima do ideal. Dai ter sido usada para construir o modelo numérico. Na Figura 5.2 está representado o modelo de elementos finitos discretizado em 7518 elementos finitos triangulares para a condição livre-livre.

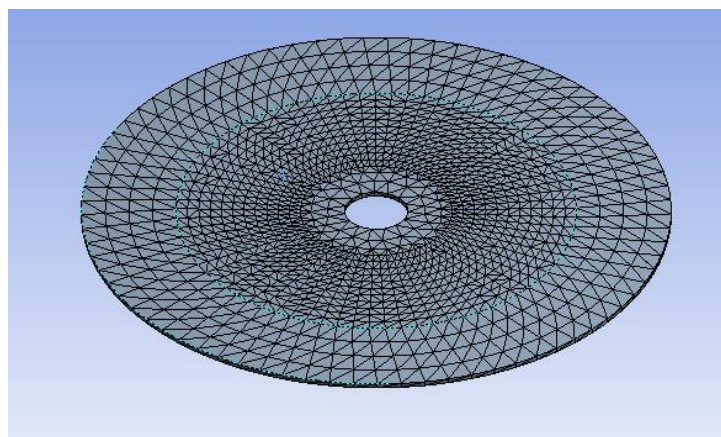


Figura 5.2 Representação do modelo numérico do disco para a condição livre-livre

As propriedades elásticas do material, obtidas por via experimental foram usadas como ponto de partida para ajustar o modelo numérico. A malha foi ajustada seguindo um processo iterativo procurando minimizar as diferenças entre as frequências naturais numéricas e experimentais. Assim, chegou-se a uma malha com tamanho de elemento finito de 10 mm, Figura 5.2. Na Tabela 5.1 apresentam-se as frequências naturais experimentais, numéricas e o respetivo erro relativo, para as propriedades do material $E = 210 \text{ GPa}$, $\rho = 7900 \text{ kg/m}^3$ e $\nu = 0,3$.

Tabela 5.1 Frequências naturais de vibração do disco para a condição livre-livre.

Modo (n,m)	Freq. Experimental (Hz)	Freq. Numérica (Hz)	Erro relativo (%)
2,0	148,63	147,28	0,91
0,1	241,22	243,77	1,06
3,0	347,91	345,80	0,61
1,1	564,31	567,18	0,51
4,0	609,41	607,10	0,38
5,0	933,13	931,45	0,18
2,1	967,13	970,17	0,31

Nesta tabela observa-se que o erro relativo entre as frequências naturais experimentais e numéricas é em geral muito pequeno, sendo maior para as primeiras frequências naturais, diminuindo com a sua ordem. Em parte este fenómeno pode ser explicado pela influência da rigidez do apoio, sendo em percentagem maior nas baixas frequências. Por outro lado, a maior diferença registada na segunda frequência é justificada pela presença de alguma ortotropia no módulo de elasticidade da placa, dado que estas são obtidas a partir de chapas laminadas. Este resultado permite validar o modelo numérico do disco para a condição livre-livre.

5.2.2 Condição de apoio encastrado

O modelo numérico do disco encastrado foi construído a partir do modelo numérico do disco para a condição livre-livre. O encastramento no centro do disco foi criado por restrição do campo de deslocamentos na superfície, Figura 5.3. Dado que o modelo de rigidez infinita não é possível de materializar, o diâmetro da flange no modelo numérico foi ajustado através de um estudo paramétrico de modo a obter uma boa correlação entre as frequências naturais experimentais e numéricas. A partir dos resultados obtidos

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

constatou-se que o encastramento com 72 mm diâmetro seria o modelo que melhor reproduziria a fixação usada no ensaio experimental.

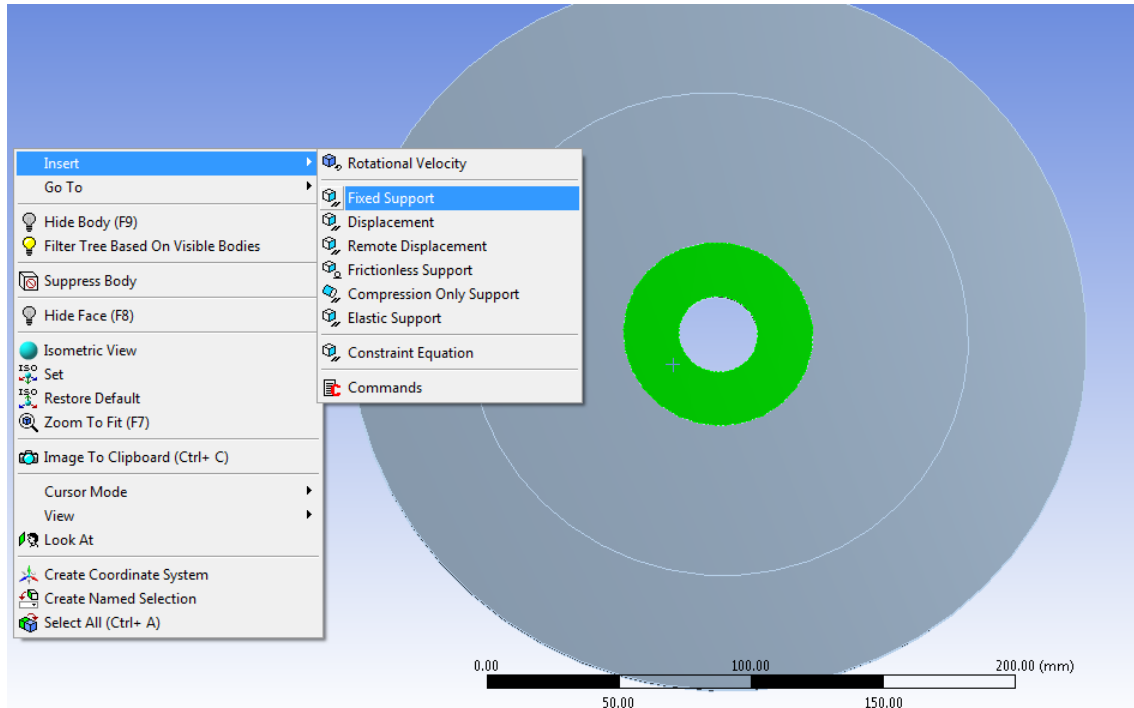


Figura 5.3 Representação do modelo numérico do disco para a condição de encastramento

Na Tabela 5.2 apresentam-se o valor médio das frequências naturais experimentais identificadas em 10 discos, as frequências naturais numéricas para um diâmetro de encastramento de 72 mm e o respetivo erro relativo para um disco na condição de apoio encastrado.

Tabela 5.2 Frequências naturais de vibração do disco para a condição de encastrado.

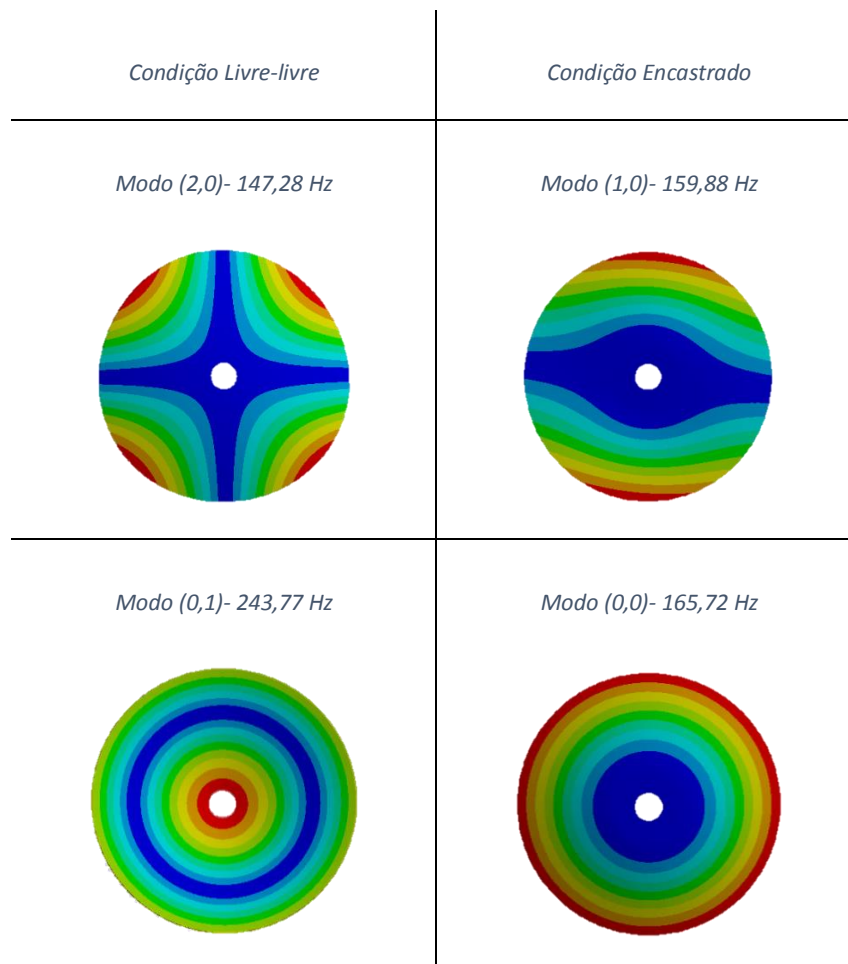
Modo (n,m)	Freq. Experimental (Hz)	Freq. Numérica (Hz)	Erro relativo (%)
1,0	159,50	159,88	0,24
0,0	167,97	165,72	1,34
2,0	199,88	200,77	0,45
3,0	360,53	358,76	0,49
4,0	612,56	609,77	0,46
5,0	934,16	931,69	0,26

O baixo erro relativo observado na Tabela 5.2 entre as frequências naturais de vibração experimentais e numéricas, permite afirmar, com elevado grau de confiança, que o modelo numérico é representativo do comportamento vibratório do disco nas

condições de apoio usadas na análise modal experimental, as quais reproduzem a fixação das serras de corte em serviço. À semelhança do disco na condição livre-livre, verifica-se que o erro é máximo para a segunda frequência natural de vibração, o qual se pensa estar relacionado com alguma ortotropia do módulo de elasticidade do disco.

5.2.3 Modos naturais de vibração nas condições livre-livre e encastrado

Os modos naturais de vibração correspondentes às primeiras cinco frequências naturais de vibração do disco para as condições de livre-livre e encastrado, determinados por simulação numérica, estão representados na Figura 5.4.



Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

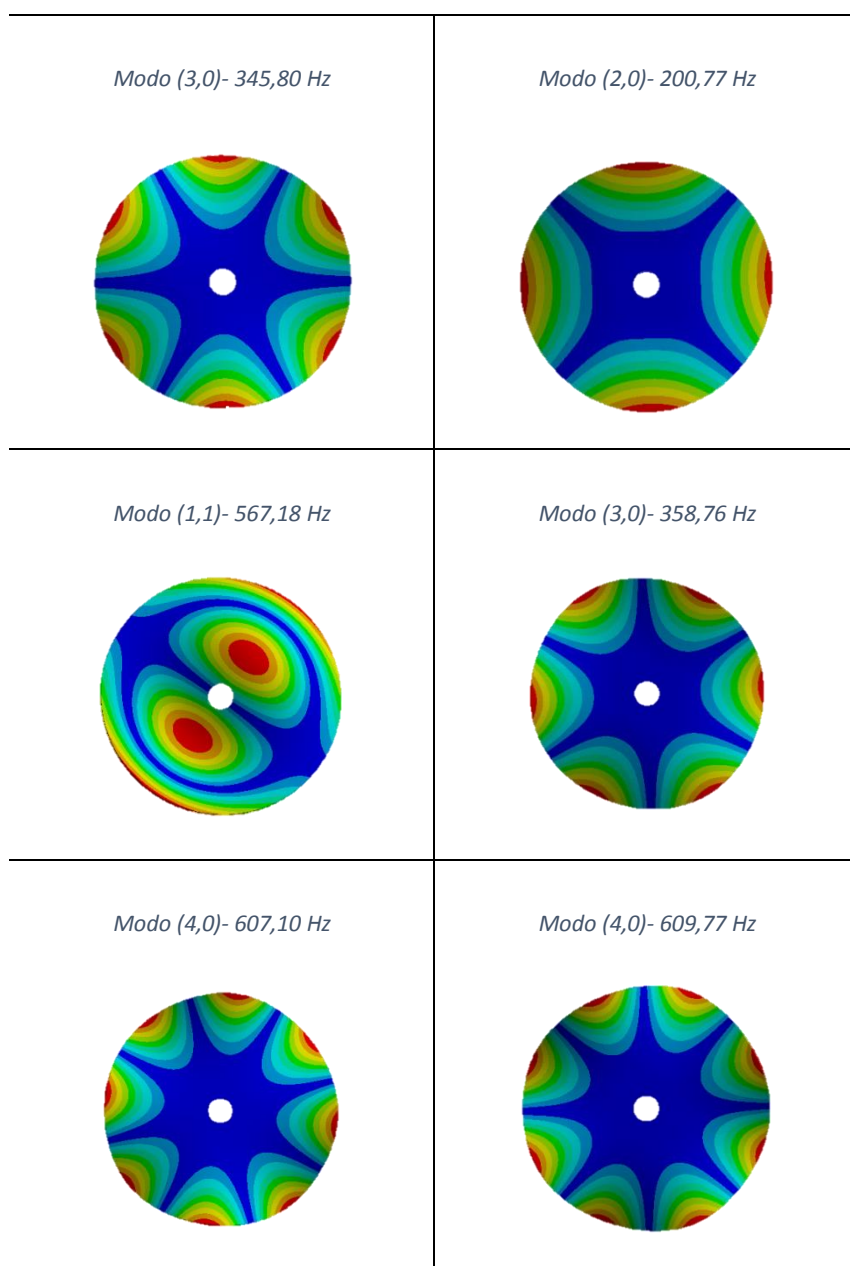


Figura 5.4 Representação dos modos naturais de vibração para o disco na condições livre-livre e encastrado.

A análise comparativa dos modos naturais de vibração do disco para as duas condições de apoio, permite verificar que a introdução do encastramento no centro do disco provocou o aumento da rigidez e uma consequente variação da frequência natural de vibração. Todavia, este aumento afetou de forma diferente a frequência dos modos naturais de vibração, conduzindo a uma diferente ordenação. Conforme já foi referido aquando da análise modal experimental, a influência do encastramento no aumento da

frequência natural está correlacionada com a amplitude e curvatura modal na região de encastramento, conforme pode ser comprovado pelos modos (3,0) e (4,0) da Figura 5.4.

A partir dos modelos numéricos criados apresentar-se-á no próximo capítulo um estudo da influência do anel de tensionamento nas frequências naturais de vibração do disco.

Capítulo 6

Tensionamento

6.1 Introdução

Neste capítulo é apresentado o estudo da influência do tensionamento na resposta vibratória do disco. Numa primeira fase são identificadas as frequências naturais de vibração experimentais em 10 discos após a introdução do anel de tensionamento de diâmetro de 190 mm. Este é criado através da laminagem de dois rolos, sendo aplicadas a cada conjunto de discos as pressões de contacto de 20, 30, 40, 50 e 60 Bar. As frequências naturais de vibração foram posteriormente determinadas por via da análise modal experimental, para as condições livre-livre e encastrada do disco. Em seguida apresenta-se um estudo sobre a implementação do tensionamento no modelo numérico, tendo como ponto de partida os modelos construídos e validados no capítulo 5 e usando como referência as frequências naturais experimentais. É também abordada a variação do processo de tensionamento e a influência da velocidade de rotação nos modos naturais de vibração do disco.

6.2 Estudo da variação das frequências naturais de vibração em função da carga do tensionamento

O anel de tensionamento de diâmetro 190 mm foi introduzido nos dez discos através do encalque criado pela laminagem de dois rolos. A cada dois discos foi introduzido um anel de tensionamento distinto através da aplicação de diferentes pressões de encalque: 20, 30, 40, 50 e 60 Bar.

6.2.1 Condição de apoio livre-livre

Na Tabela 6.1 apresentam-se as frequências naturais de vibração na condição livre-livre antes e após a introdução do anel de tensionamento, para o caso da pressão de 20 bar. Os restantes casos podem ser consultados no anexo A.

Tabela 6.1 Frequências naturais de vibração experimentais do disco para a condição livre-livre, antes e após a aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 20 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
2,0	149,06	155,94	4,61
0,1	240,63	233,13	3,12
3,0	348,44	359,38	3,14
1,1	564,38	557,50	1,22
4,0	610,31	624,06	2,25
5,0	934,38	950,31	1,71
2,1	967,50	960,31	0,74

A Tabela 6.1 revela que a introdução do anel de tensionamento produziu diferentes variações na frequência consoante a forma do modo natural de vibração, isto é, verifica-se um aumento das frequências naturais para todos os modos com a exceção dos modos que possuem um círculo modal.

As frequências naturais identificadas para o disco na condição livre-livre, após a introdução do anel de tensionamento com as pressões de laminagem dos rolos de 20, 30, 40, 50 e 60 Bar, são apresentadas na Tabela 6.2 e na Figura 6.1.

Tabela 6.2 Frequências naturais de vibração experimentais do disco tensionado na condição livre-livre, para diferentes pressões de laminagem.

Modo (n,m)	Sem tensionamento	Com tensionamento				
		20 Bar	30 Bar	40 Bar	50 Bar	60 Bar
2,0	148,47	155,94	173,59	195,78	214,53	246,56
0,1	241,08	233,28	205,16	158,28	142,50	217,50
3,0	347,57	359,53	385,16	417,81	446,09	452,19
1,1	563,92	558,28	538,59	511,72	495,47	525,00
4,0	608,85	624,38	655,47	695,00	730,16	737,50
5,0	932,33	950,78	985,32	>1000	>1000	>1000
2,1	966,39	960,94	943,59	920,47	902,19	894,53

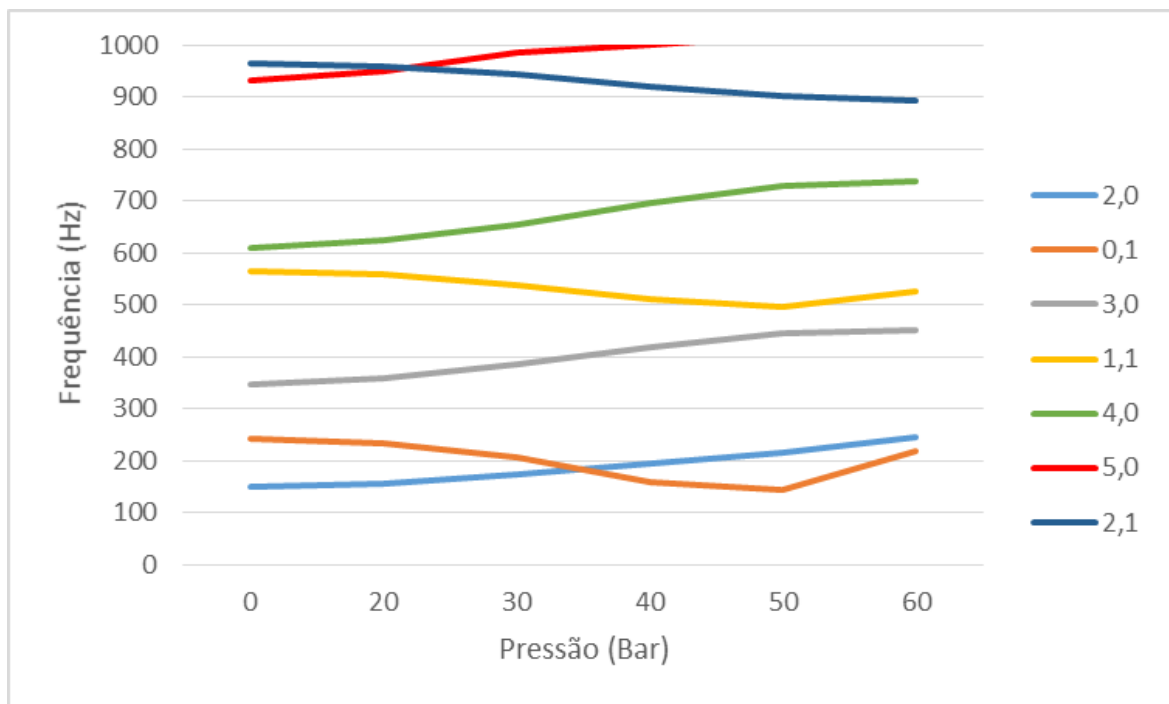


Figura 6.1 Variação das frequências naturais de vibração experimentais do disco tensionado na condição livre-livre, para diferentes pressões de laminagem.

A análise dos resultados apresentados revela que existe em geral uma variação monotónica da frequência natural com o aumento da pressão de laminagem, com a exceção dos modos com um círculo modal e para a pressão de 60 Bar. Para pressões dos rolos mais elevadas, verifica-se uma redução substancial da seção ao longo do anel de tensionamento, provocando instabilidade local e curvatura geométrica do disco, este fenómeno é designado na literatura por “empratamento” do disco.

6.2.2 Condição de apoio encastrado

Com o objetivo de assegurar a robustez do modelo numérico de simulação do tensionamento do disco, resolveu-se, à semelhança do estudo anterior, identificar as frequências naturais para a condição de encastramento no centro antes e após a introdução do anel de tensionamento. As primeiras frequências naturais identificadas para um anel de tensionamento de 190 mm criado pela pressão de laminagem de 30 Bar são apresentadas na Tabela 6.3, sendo os restantes casos apresentados no anexo A.

Tabela 6.3 Frequências naturais de vibração experimentais do disco para a condição encastrado, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 30 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
1,0	160,63	144,69	4,28
0,0	168,44	153,75	14,10
2,0	199,69	223,44	11,89
3,0	359,69	400,63	11,38
4,0	611,25	661,25	8,18
5,0	932,50	989,06	6,07
1,0	160,63	144,69	4,28

A análise comparativa dos valores apresentados nesta tabela revela uma diminuição na frequência natural dos modos (1,0) e (0,0) e um aumento nos restantes modos. Esta situação pode ser explicada pela redução da seção provocada pelo encalque que conduz a uma redução da rigidez dos modos com maior curvatura na direção radial, modos (1,0) e (0,0), e um aumento da rigidez dos modos com maior curvatura na direção circunferencial devido à laminação nesta direção, os quais correspondem aos modos com diâmetros nodais, ver Figura 5.4.

Na Figura 6.2 e Tabela 6.4 apresentam-se as frequências naturais do disco na condição encastrado e para diferentes pressões de laminagem.

Tabela 6.4 Frequências naturais de vibração experimentais do disco tensionado na condição encastrado, para diferentes pressões de laminagem.

Modo (n,m)	Sem tensionamento	Com tensionamento				
		20 Bar	30 Bar	40 Bar	50 Bar	60 Bar
1,0	159,50	155,16	153,75	147,34	138,44	129,69
0,0	167,97	160,94	144,69	127,50	109,69	0,00
2,0	199,88	204,69	221,25	240,63	260,16	250,16
3,0	360,53	371,72	397,97	430,63	463,59	458,13
4,0	612,56	627,19	658,59	698,91	738,28	726,88
5,0	934,16	951,57	986,41	>1000	>1000	>1000

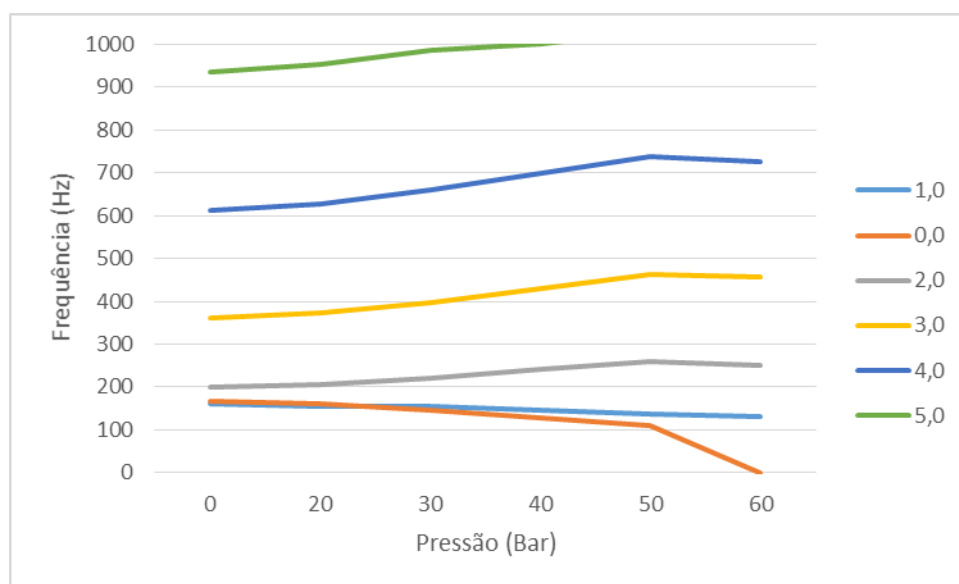


Figura 6.2 Variação das frequências naturais de vibração experimentais do disco tensionado na condição encastrada, para diferentes pressões de laminagem.

Mais uma vez verifica-se uma tendência de aumento da frequência com a pressão de laminagem para os modos com dois ou mais diâmetros nodais e uma redução nos restantes modos. No entanto, devido à instabilidade provocada pela elevada redução da espessura quando são aplicadas pressões de laminagem de 60 Bar, observa-se uma inversão nesta tendência para os modos com diâmetro nodal superior a um.

6.3 Modelação do anel de tensionamento

Como uma razoável e prática aproximação, o anel de tensionamento foi introduzido no modelo numérico através de uma carga de compressão distribuída ao longo de um diâmetro de 190 mm, conforme se pode observar na Figura 6.3. Todavia, o encaixe gerado na superfície do disco é dependente do raio de concordância dos rolos e da pressão de laminagem aplicada, sendo difícil saber com precisão qual a região afetada e o estado de tensões por si gerado. Como se pretende desenvolver um modelo numérico que reproduza com precisão o tensionamento no disco, este terá que ser construído tendo como referência as frequências naturais de vibração experimentais.

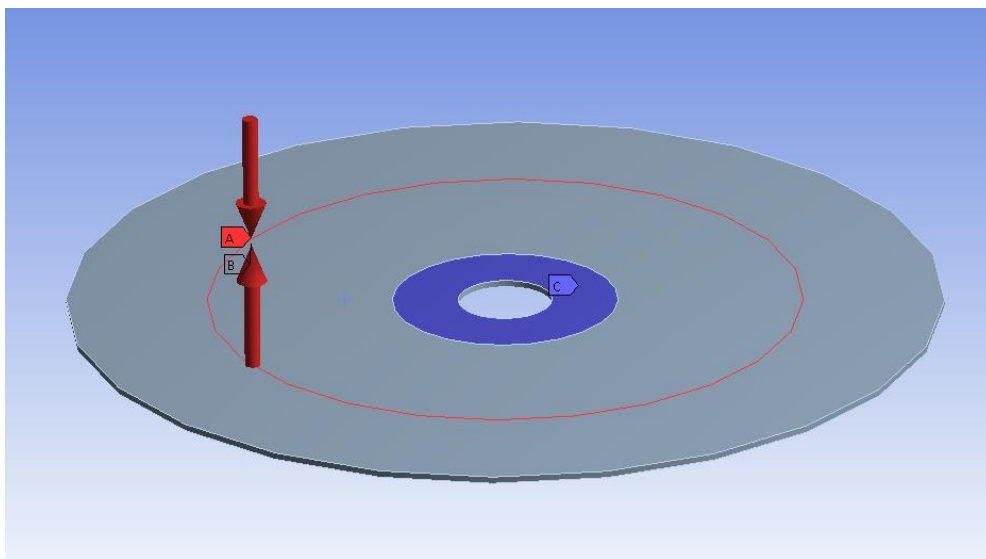


Figura 6.3 Representação do modelo numérico do disco com introdução do anel de tensionamento.

6.3.1 Parâmetro k

O objetivo centra-se em definir a carga que deverá ser introduzida no modelo numérico para que produza um estado de tensão equivalente ao gerado pelos rolos. A solução residiu em estabelecer um parâmetro adimensional k que relacionasse a carga de pressão dos rolos P [Bar] com a carga linear equivalente q [N/mm], o qual se define na Equação 6.1.

$$k = \frac{q}{D * \pi * P} \quad (\text{Eq.6.1})$$

em que D [mm] é o diâmetro do anel de tensionamento.

Para os casos de tensionamento experimentais foi determinado o parâmetro k , Tabela 6.5, através da minimização da diferença entre as primeiras frequências naturais de vibração experimentais e numéricas do disco para as condições livre-livre e encastrado no centro.

Tabela 6.5 Valores do parâmetro k para um diâmetro de tensionamento de 190 mm.

Pressão Experimental [Bar]	Parâmetro k	Pressão Numérica [N/mm]
20,00	3,01	3593,40
30,00	2,32	4154,40
40,00	1,92	4584,20
50,00	1,63	4864,80
60,00	1,37	4906,50

A partir dos valores de calibração determinados para as pressões aplicadas de 20, 30, 40, 50 e 60 Bar e por ajuste de uma função logarítmica aos valores, é generalizada a aplicação deste parâmetro k a outros casos de estudo, Figura 6.4. Como exemplo, para uma pressão de 35 Bar aplicada no diâmetro de 190 mm, o parâmetro k assume o valor 2.15 e corresponde a uma carga linear de 4584,2 N/mm.

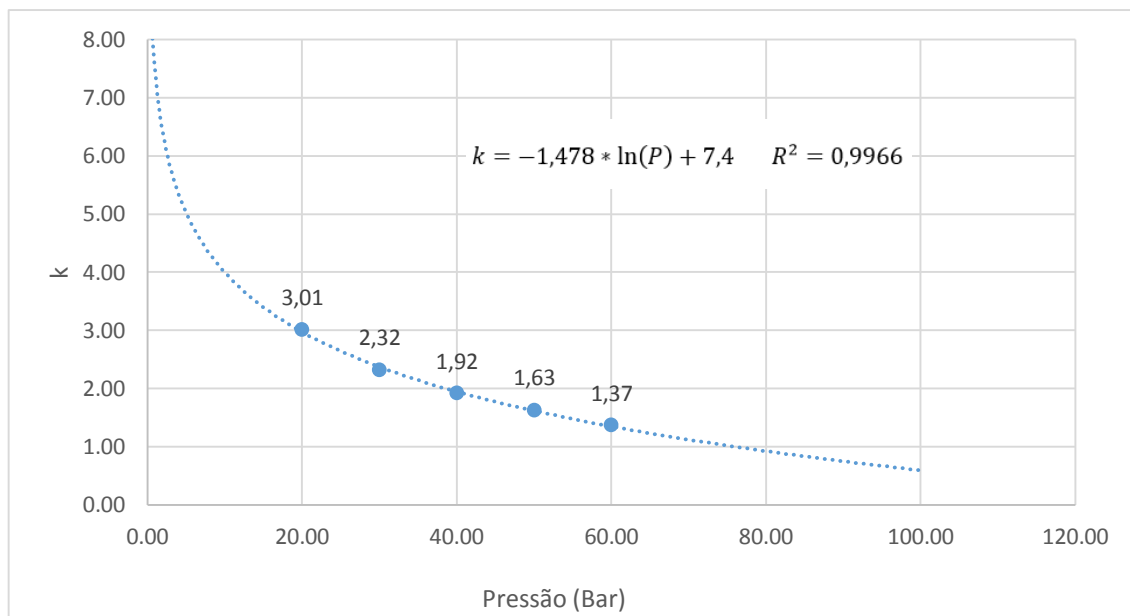


Figura 6.4 Representação do parâmetro de calibração k para simulação do tensionado.

6.3.2 Validação do modelo

6.3.2.1 Condição de apoio livre-livre

Nas Tabelas 6.6 e 6.7 e na Figura 6.5 é feita a comparação das frequências experimentais e numéricas do disco para a condição livre-livre, para os diferentes carregamentos.

Tabela 6.6 Comparação das frequências naturais de vibração experimentais e numéricas do disco para as condições de apoio livre-livre.

Modo (n,m)	0 Bar			20 bar			30 bar		
	Freq. Exp. [Hz]	Freq. Num. [Hz]	Erro [%]	Freq. Exp. [Hz]	Freq. Num. [Hz]	Erro [%]	Freq. Exp. [Hz]	Freq. Num. [Hz]	Erro [%]
2,0	148,63	147,28	0,91	155,94	155,94	0,00	173,59	174,17	0,33
0,1	241,22	243,77	1,06	233,28	233,79	0,22	205,16	205,61	0,22
3,0	347,91	345,80	0,61	359,53	358,92	0,17	385,16	385,37	0,06
1,1	564,31	567,18	0,51	558,28	559,63	0,24	538,59	540,48	0,35
4,0	609,41	607,10	0,38	624,38	623,51	0,14	655,47	655,63	0,02
5,0	933,13	931,45	0,18	950,78	950,33	0,05	985,32	986,47	0,12
2,1	967,13	970,17	0,31	960,94	962,81	0,20	943,59	945,52	0,20

Tabela 6.7 Comparação das frequências naturais de vibração experimentais e numéricas do disco para as condições de apoio livre-livre.

Modo (n,m)	40 Bar			50 Bar			60 Bar		
	Freq. Exp. [Hz]	Freq. Num. [Hz]	Erro [%]	Freq. Exp. [Hz]	Freq. Num. [Hz]	Erro [%]	Freq. Exp. [Hz]	Freq. Num. [Hz]	Erro [%]
2,0	195,78	195,69	0,05	214,53	214,84	0,14	246,56	218,11	11,54
0,1	158,28	159,05	0,49	142,50	90,44	36,53	217,50	71,23	67,25
3,0	417,81	416,83	0,24	446,09	445,29	0,18	452,19	450,19	0,44
1,1	511,72	513,52	0,35	495,47	485,20	2,07	525,00	479,93	8,58
4,0	695,00	693,82	0,17	730,16	728,65	0,21	737,50	734,72	0,38
5,0	>1000	>1000	-	>1000	>1000	-	>1000	>1000	-
2,1	920,47	922,61	0,23	902,19	899,70	0,28	894,53	895,52	0,11

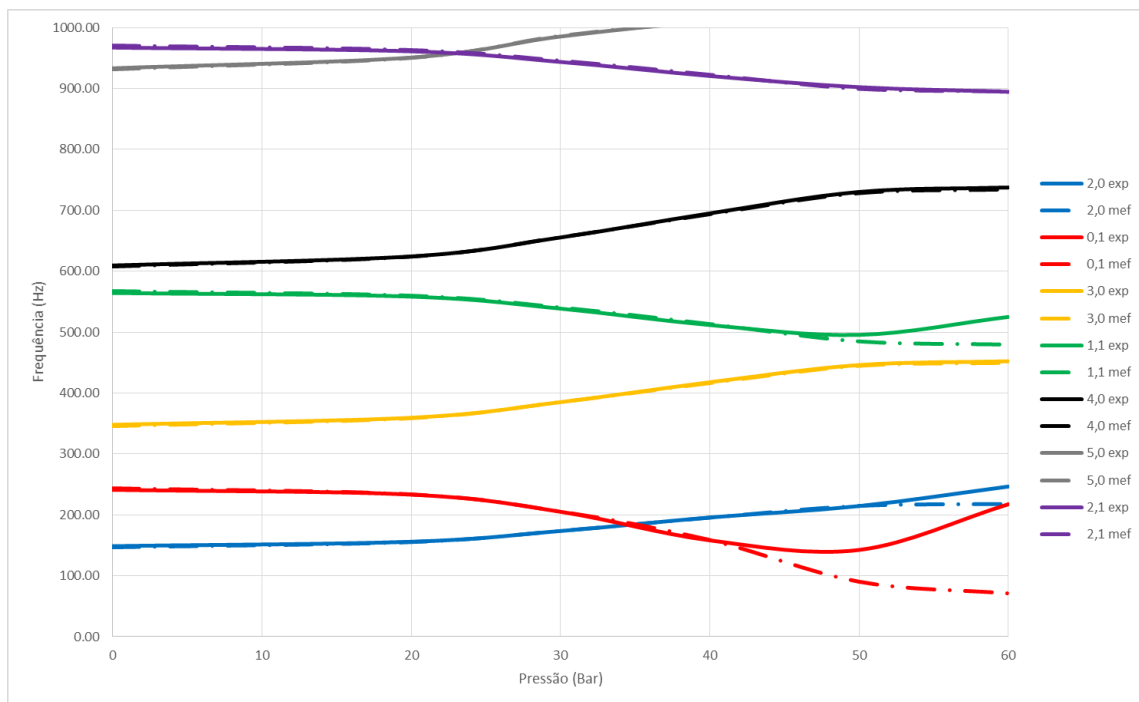


Figura 6.5 Sobreposição dos valores obtidos experimentalmente (linha cheia) e numericamente (linha tracejada) para o caso de apoio livre-livre, para todos os carregamentos.

A partir da informação obtida percebe-se, que para pressões dos rolos mais elevadas, se verifica um erro substancial em alguns dos modos, isto deve-se ao modelo numérico não contemplar encurvadura por varejamento, que provoca instabilidade local e curvatura geométrica do disco, fazendo com que os resultados obtidos experimentalmente sejam diferentes dos resultados obtidos numericamente. No entanto podemos afirmar com elevado grau de confiança que o modelo numérico reproduz corretamente o tensionamento de um disco até este encurvar.

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

6.3.2.2 Condição de apoio encastrado

Nas Tabelas 6.8 e 6.9 e na Figura 6.6 é feita a comparação das frequências experimentais e numéricas do disco para a condição encastrado, para os diferentes carregamentos.

Tabela 6.8 Comparação das frequências naturais de vibração experimentais e numéricas do disco para as condições de apoio encastrado, para diferentes pressões de laminagem

Modo (n,m)	0 Bar			20 bar			30 bar		
	Freq. Exp. [Hz]	Freq. Num. [Hz]	Erro [%]	Freq. Exp. [Hz]	Freq. Num. [Hz]	Erro [%]	Freq. Exp. [Hz]	Freq. Num. [Hz]	Erro [%]
1,0	159,50	159,88	0,24	155,16	158,19	1,96	153,75	153,73	0,01
0,0	167,97	165,72	1,34	160,94	160,65	0,18	144,69	147,51	1,95
2,0	199,88	200,77	0,45	204,69	208,25	1,74	221,25	223,87	1,18
3,0	360,53	358,76	0,49	371,72	372,22	0,13	397,97	399,57	0,40
4,0	612,56	609,77	0,46	627,19	626,67	0,08	658,59	660,07	0,22
5,0	934,16	931,69	0,26	951,57	951,20	0,04	986,41	988,60	0,22

Tabela 6.9 Comparação das frequências naturais de vibração experimentais e numéricas do disco para as condições de apoio encastrado, para diferentes pressões de laminagem

Modo (n,m)	40 Bar			50 Bar			60 Bar		
	Freq. Exp. [Hz]	Freq. Num. [Hz]	Erro [%]	Freq. Exp. [Hz]	Freq. Num. [Hz]	Erro [%]	Freq. Exp. [Hz]	Freq. Num. [Hz]	Erro [%]
1,0	147,34	147,07	0,19	138,44	139,87	1,03	129,69	138,51	6,80
0,0	127,50	127,28	0,17	109,69	102,81	6,27	0,00	0,00	-
2,0	240,63	242,67	0,85	260,16	259,76	0,15	250,16	262,72	5,02
3,0	430,63	432,21	0,37	463,59	461,79	0,39	458,13	466,90	1,92
4,0	698,91	699,99	0,16	738,28	736,42	0,25	726,88	742,76	2,19
5,0	>1000	>1000	-	>1000	>1000	-	>1000	>1000	-

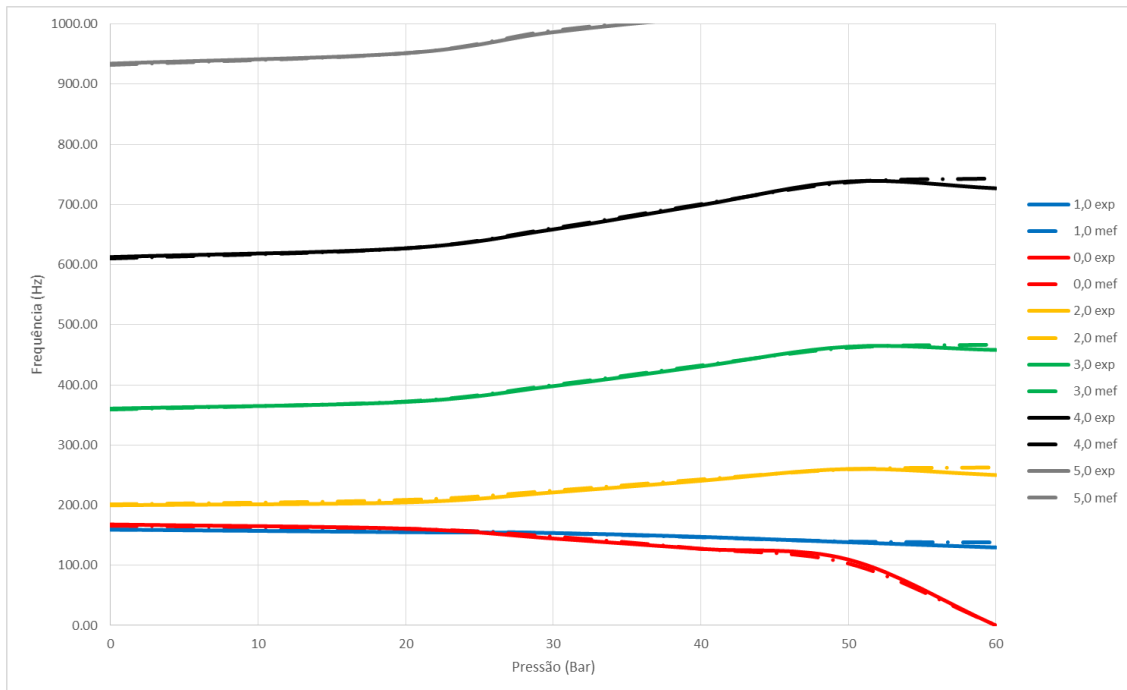


Figura 6.6 Sobreposição dos valores obtidos experimentalmente (linha cheia) e numericamente (linha tracejada) para o caso de apoio encastrado, para todos os carregamentos.

Na condição de apoio encastrado o erro é praticamente insignificante, isto prende-se com o facto do acoplamento das flanges no encastramento aumentar a rigidez da zona central do disco, mesmo depois de este encurvar. É portanto possível afirmar com elevado grau de confiança, que o modelo numérico reproduz corretamente o anel de tensionamento criado no disco através do processo de laminagem por rolos.

6.4 Estudo da variação das frequências naturais de vibração em função do diâmetro do anel de tensionamento

A partir do modelo numérico de simulação do processo de tensionamento e assumindo que este é independente das dimensões do disco e do diâmetro de tensionado, apresenta-se em seguida o estudo paramétrico da variação da frequência em função do diâmetro do anel de tensionamento. Na Figura 6.7 está representada a variação da frequência natural de vibração do disco na condição encastrado em função do diâmetro do anel de tensionamento, para uma pressão constante aplicada nos rolos de 30 Bar.

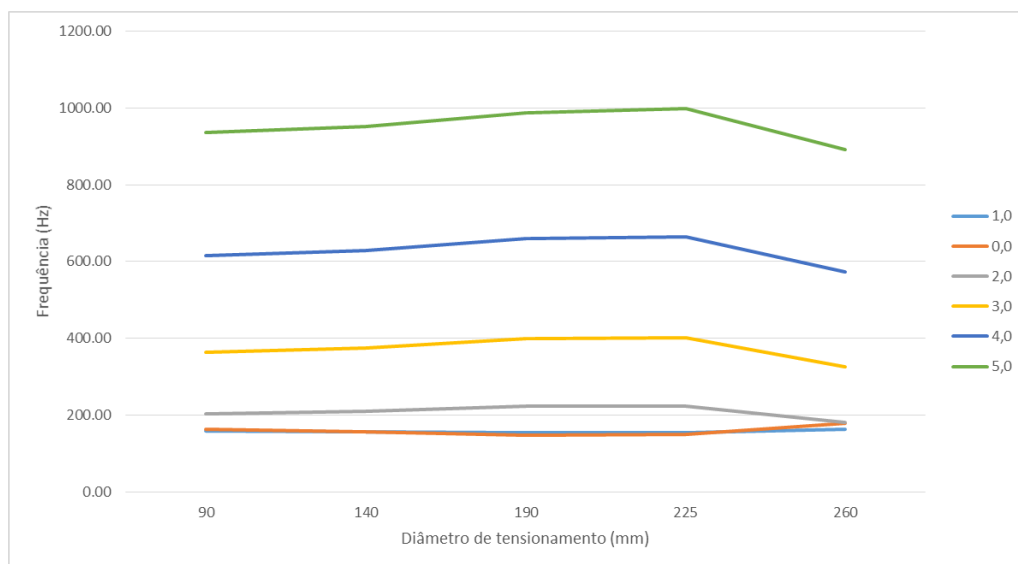


Figura 6.7 Representação da frequência natural em função do diâmetro do anel de tensionamento e para uma pressão constante de 30 Bar.

Os resultados apresentados na Figura 6.7 revelam que a variação máxima na frequência natural ocorre para o diâmetro de tensionado de 225 mm, sendo o diâmetro do disco de 280mm e a flange de 79 mm.

6.5 Estudo da variação das frequências naturais de vibração em função da rotação

A partir do modelo numérico de simulação do processo de tensionamento, apresenta-se em seguida o estudo paramétrico da variação da frequência em função da velocidade de rotação do disco. Na Figura 6.8 está representada a variação da frequência natural de vibração dos 3 primeiros modos do disco na condição encastrado em função da velocidade de rotação, para um disco sem tensionamento.

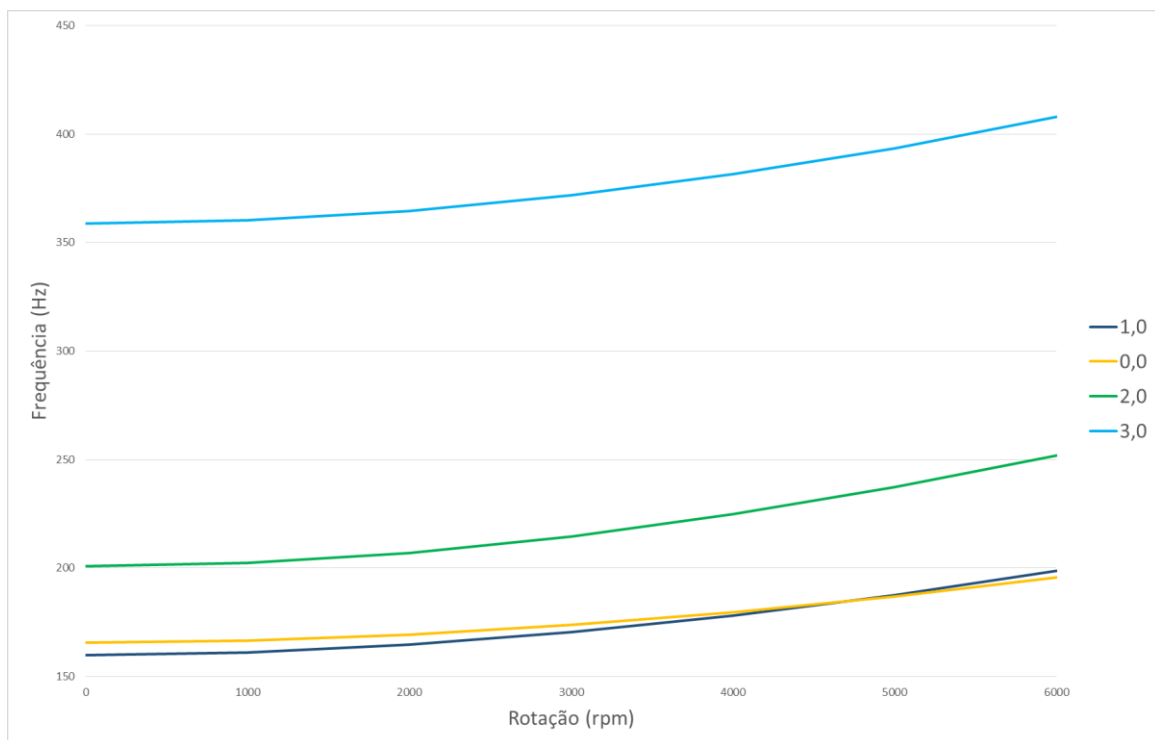


Figura 6.8 Variação das frequências naturais de vibração para um disco em rotação.

Os resultados apresentados na Figura 6.8 revelam que há uma variação significativa nas frequências naturais do disco sem que tenha havido tensionamento, resultado do aumento de rigidez promovido pela rotação. É perceptível que a não linearidade das curvas dos diferentes modos não aumenta de igual forma, o modo (0,0) aparenta ter um aumento de rigidez menos acentuado que o modo (1,0).

6.5.1 Diagrama de Campbell

O diagrama de Campbell é utilizado para detetar possíveis velocidades críticas no funcionamento de máquinas rotativas. A Figura 6.9 demonstra um diagrama de Campbell, que é composto por curvas que representam a frequência relativa dos modos relativamente a um referencial móvel e curvas representativas das ondas progressivas e regressivas dos modos relativos a um referencial estático, é também constituído por linhas que representam ordens harmónicas, e a intersecção destas linhas com as curvas revela pontos de funcionamento onde poderão existir velocidades críticas.

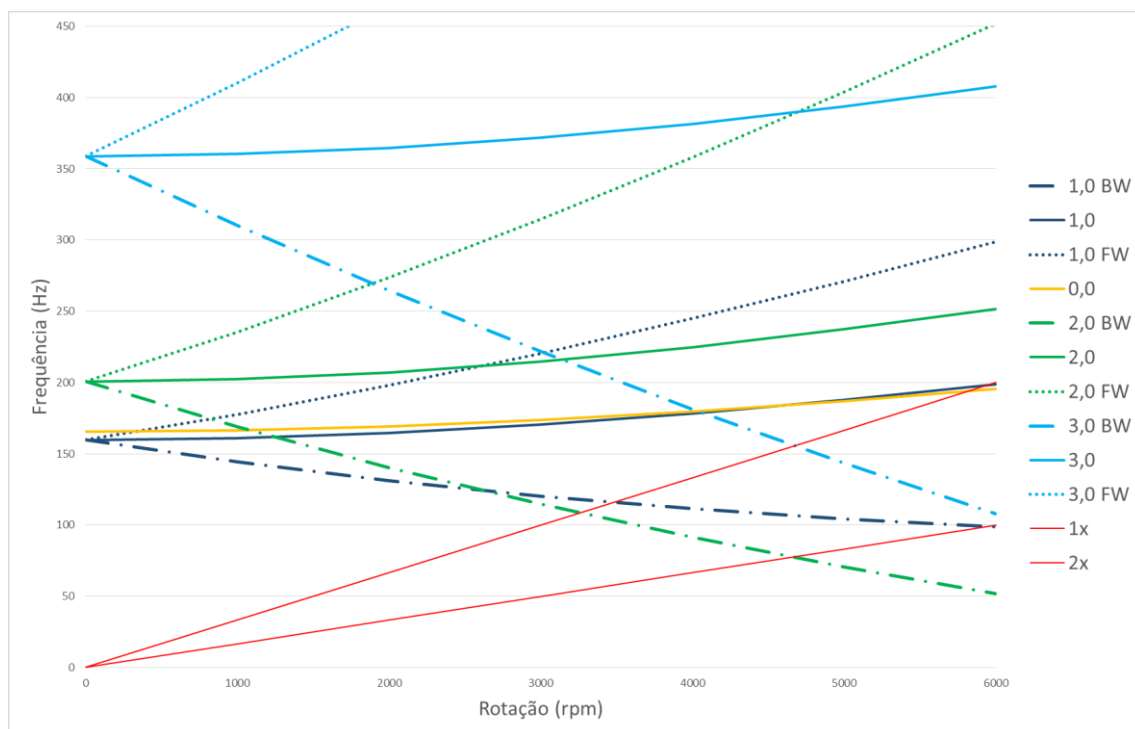


Figura 6.9 Diagrama de Campbell para um disco sem tensionamento

Os diagramas de Campbell para os diferentes carregamentos encontram-se no Anexo A.

6.6 Variação do processo de Tensionamento

A partir dos resultados obtidos experimentalmente foi possível verificar se havia desvio no processo de tensionamento entre discos tensionados com a mesma pressão. Os dados referentes a cada caso individual estão no Anexo A. As Figuras 6.10 e 6.11 mostram os desvios obtido para todos os modos em cada um dos carregamentos para os casos de apoio livre-livre e encastrado respetivamente.

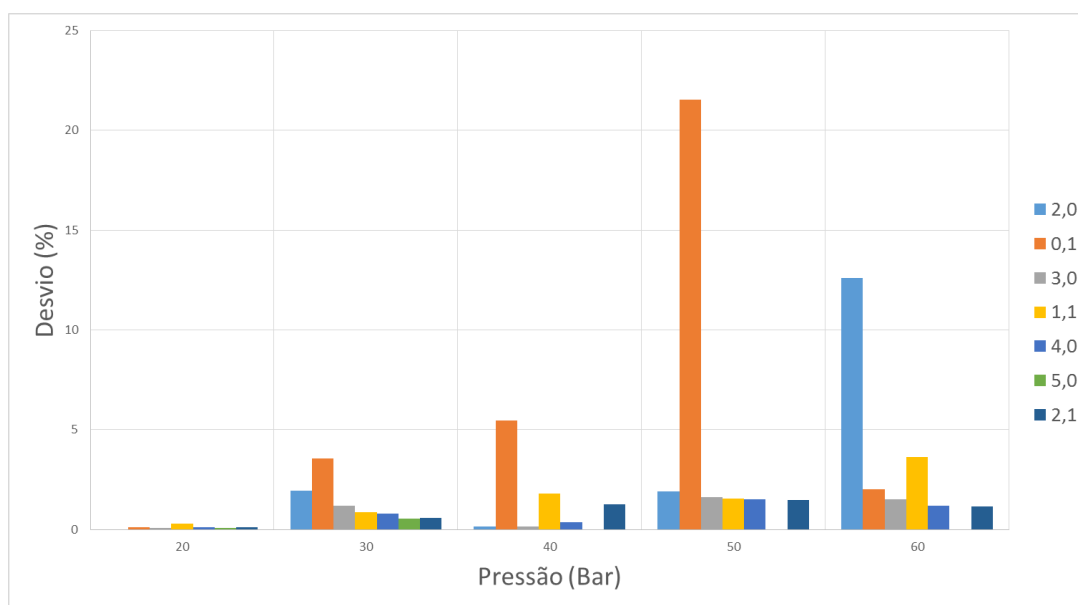


Figura 6.10 Desvio do processo de tensionamento para o caso livre-livre.

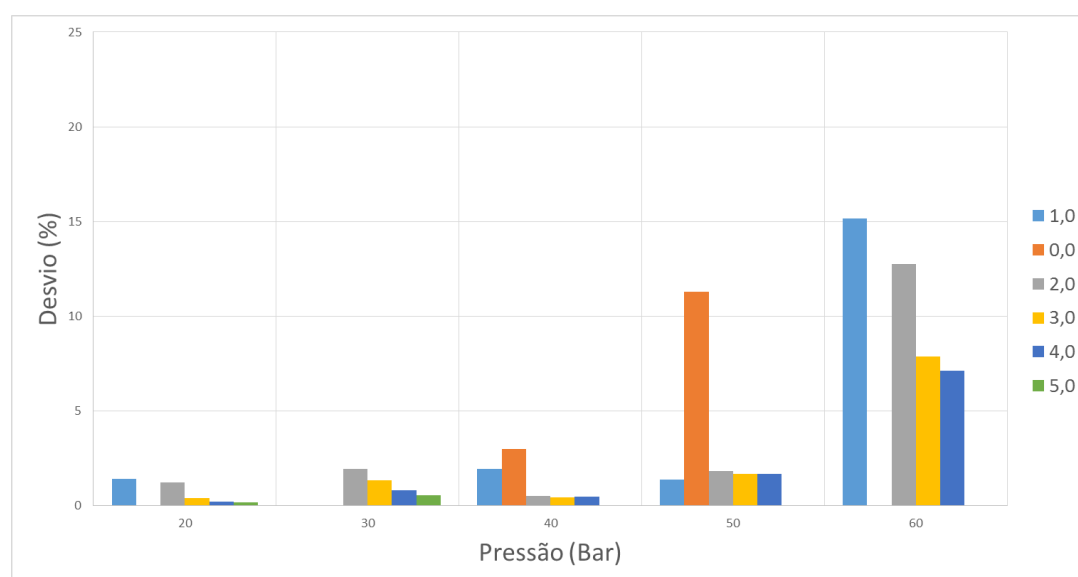


Figura 6.11 Desvio do processo de tensionamento para o caso encastrado.

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

Embora o tamanho da amostra seja reduzido, 2 discos por carregamento, olhando para as Figuras 6.10 e 6.11 podemos ver que até uma pressão de 40 Bar o desvio é muito pequeno, ultrapassando em apenas 1 modo os 5% de desvio, para o carregamento de 50 Bar percebemos que há um desvio assinalável, no entanto afeta unicamente os modos (0,1) e (0,0) cuja rigidez é a mais prejudicada pelo tensionamento, o que nos leva a crer que o disco se aproxima da zona crítica de encurvadura.

Capítulo 7

Conclusões

A maneira como o tensionamento influencia individualmente a rigidez de cada modo é notória, foi evidente que os modos cuja rigidez é mais prejudicada são os modos com círculos nodais e que a rigidez dos modos que apenas contêm diâmetros nodais é beneficiada, exceto o modo (1,0), cuja frequência natural baixa em termos médios 21% quando o disco é submetido a um carregamento de 60 Bar. Esta situação pode ser explicada pela redução da seção provocada pelo encalque que conduz a uma redução da rigidez dos modos com maior curvatura na direção radial, e um aumento da rigidez dos modos com maior curvatura na direção circunferencial devido à laminação nesta direção.

Até aos 50 Bar podemos observar uma evolução constante no comportamento dos modos, daí em diante ocorre cedência por encurvadura que compromete a rigidez do disco, diminuindo as frequências de vibração de cada modo. Para carregamentos de 60 Bar na condição de apoio encastrado o modo (0,0) desaparece, isto é, a sua frequência natural fica igual a zero, dá-se portanto o “empratamento” do disco, o disco perde rigidez no anel de tensionamento e basta pressionar o centro do disco para este fletir de um lado para o outro, algo que é comprovado ao manusear os discos tensionados com 60 Bar.

O fenómeno de “empratamento” ocorre definitivamente entre os 50 Bar e os 60, no entanto o facto de cada disco ser submetido a duas passagens na máquina de tensionar poderá significar que a encurvadura na realidade não ocorre entre os 50 e os 60 Bar mas sim a uma pressão superior.

Analisando o processo de tensionamento, comparando discos tensionados nas mesmas condições, podemos afirmar que este tem desvios muito baixos até atingir a condição de encurvadura. Será no entanto desejável no futuro aumentar o número de amostras, uma vez que cada grupo de pressão tinha apenas duas, introduzindo assim alguma incerteza no desvio do processo de tensionamento.

O modelo numérico apresenta valores de erro praticamente insignificantes até haver encurvadura. De realçar que a simulação para as condições de malha e geometria

impostas tem um peso computacional relativamente baixo, demorando cerca de 3 minutos a executar cada análise modal com pré tensão.

O parâmetro k apresenta resultados muito promissores, no entanto não foi testado para diâmetros de tensionamento diferentes de 190 mm e no futuro terá que ser ajustado para contemplar apenas uma passagem na máquina de tensionar ou várias de diferentes diâmetros.

Referências

1. SCHAJER, G. S.; STEINZIG, M. **Sawblade Vibration Mode Shape Measurement Using ESPI**. Vancouver, p. 59-68. 2007.
2. CRISTÓVÃO, L.; EKEVAD, M.; GRONLUND, A. **Natural frequencies of roll-tensioned circular sawblades: effects of roller loads, number of grooves, and groove positions**. Skelleftea. 2012.
3. SCHAJER, G. S.; MOTE JR., C. D. **Analysis of optimal roll tensioning for circular saw stability**. [S.l.], p. 323-338. 1984.
4. SWANSON, ERIK; POWELL, CHRIS D.; WEISSMAN, SORIN. **A Practica Review of Rotating Machinery Critical Speeds and Modes**. [S.l.], p. 10-17. 2005.
5. LOPES, H. M. R. **Vibrações e Ruído Teoria e Prática**. Bragança. 2007.
6. RAO, S. S. **Mechanical Vibrations 5th edition**. Prentice Hall. [S.l.]. 2010.
7. MOTE, C. D.; SZYMANI, R. **Principal Developments in Thin Circular Saw Vibration and Control Research Part 1: Vibration of Circular Saws**. Richmond. 1977.
8. MEHDIGHOLI, H. **Forced Vibration of Rotating Discs and Interaction with Non-Rotating Structures**. Imperial College of Science, Technology and Medicine. London. 1991.
9. LOPES, H. M. R. **Desenvolvimento de Técnicas Interferométricas, Contínuas e Pulsadas, Aplicadas à Análise do Dano em Estruturas Compósitas**. Porto. 2007.
10. KREIS, T. **Handbook of holographic interferometry: optical and digital methods, , 2005**. Weinheim. 2005.

Anexo A

Informação complementar ao estudo dos discos

A.1 Disco Estático

A.1.1 Pressão de tensionamento de 20 Bar

A.1.1.1 Condição de apoio livre-livre

Tabela A.1 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 1 para a condição livre-livre, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 20 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
2,0	149,06	155,94	4,61
0,1	240,63	233,13	3,12
3,0	348,44	359,38	3,14
1,1	564,38	557,50	1,22
4,0	610,31	624,06	2,25
5,0	934,38	950,31	1,71
2,1	967,50	960,31	0,74

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

Tabela A.2 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 2 para a condição livre-livre, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 20 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
2,0	148,75	155,94	4,83
0,1	241,56	233,44	3,36
3,0	348,44	359,69	3,23
1,1	565,00	559,06	1,05
4,0	610,31	624,69	2,36
5,0	934,69	951,25	1,77
2,1	968,75	961,56	0,74

Tabela A.3 Variação no processo de tensionamento com uma pressão de 20 Bar, para a condição de apoio livre-livre.

Modo (n,m)	Diferença entre o disco 1 e 2 [Hz]	Erro relativo [%]
2,0	0,00	0,00
0,1	0,31	0,13
3,0	0,31	0,09
1,1	1,56	0,28
4,0	0,63	0,10
5,0	0,94	0,10
2,1	1,25	0,13

A.1.1.2 Condição de apoio encastrado

Tabela A.4 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 1 para a condição encastrado, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 20 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
1,0	159,69	154,06	3,52
0,0	168,13	-	-
2,0	200,63	203,44	1,40
3,0	360,94	370,94	2,77
4,0	613,44	626,56	2,14
5,0	935,31	950,63	1,64

Tabela A.5 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 2 para a condição encastrado, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 20 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
1,0	160,00	156,25	2,34
0,0	168,13	160,94	4,27
2,0	199,69	205,94	3,13
3,0	361,56	372,50	3,02
4,0	614,06	627,81	2,24
5,0	936,56	952,50	1,70

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

Tabela A.6 Variação no processo de tensionamento com uma pressão de 20 Bar, para a condição de apoio encastrado.

Modo (n,m)	Diferença entre o disco 1 e 2 [Hz]	Erro relativo [%]
1,0	2,19	1,42
0,0	-	-
2,0	2,50	1,23
3,0	1,56	0,42
4,0	1,25	0,20
5,0	1,87	0,20

A.1.2 Pressão de tensionamento de 30 Bar

A.1.2.1 Condição de apoio livre-livre

Tabela A.7 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 1 para a condição livre-livre, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 30 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
2,0	147,81	175,31	18,60
0,1	242,19	201,56	16,77
3,0	346,88	387,50	11,71
1,1	564,69	536,25	5,04
4,0	608,13	658,13	8,22
5,0	931,88	988,13	6,04
2,1	967,50	940,94	2,75

Tabela A.8 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 2 para a condição livre-livre, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 30 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
2,0	148,75	171,88	15,55
0,1	241,56	208,75	13,58
3,0	348,13	382,81	9,96
1,1	565,00	540,94	4,26
4,0	609,69	652,81	7,07
5,0	933,75	982,50	5,22
2,1	968,13	946,25	2,26

Tabela A.9 Variação no processo de tensionamento com uma pressão de 30 Bar, para a condição de apoio livre-livre.

Modo (n,m)	Diferença entre o disco 1 e 2 [Hz]	Erro relativo [%]
2,0	0,00	0,00
0,1	0,31	0,13
3,0	0,31	0,09
1,1	1,56	0,28
4,0	0,63	0,10
5,0	0,94	0,10
2,1	1,25	0,13

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

A.1.2.2 Condição de apoio encastrado

Tabela A.10 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 1 para a condição encastrado, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 30 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
1,0	160,63	153,75	4,28
0,0	168,44	144,69	14,10
2,0	199,69	223,44	11,89
3,0	359,69	400,63	11,38
4,0	611,25	661,25	8,18
5,0	932,50	989,06	6,07

Tabela A.11 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 2 para a condição encastrado, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 30 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
1,0	159,69	153,75	3,72
0,0	165,63	-	-
2,0	198,44	219,06	10,39
3,0	360,31	395,31	9,71
4,0	612,50	655,94	7,09
5,0	934,06	983,75	5,32

Tabela A.12 Variação no processo de tensionamento com uma pressão de 30 Bar, para a condição de apoio encastrado.

Modo (n,m)	Diferença entre o disco 1 e 2 [Hz]	Erro relativo [%]
1,0	0,00	0,00
0,0	-	-
2,0	4,38	1,96
3,0	5,31	1,33
4,0	5,31	0,80
5,0	5,31	0,54

A.1.3 Pressão de tensionamento de 40 Bar

A.1.3.1 Condição de apoio livre-livre

Tabela A.13 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 1 para a condição livre-livre, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 40 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
2,0	148,13	195,94	32,28
0,1	240,63	154,06	35,97
3,0	346,56	417,50	20,47
1,1	562,50	507,19	9,83
4,0	607,19	693,75	14,26
5,0	929,69	>1000	-
2,1	963,75	914,69	5,09

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

Tabela A.14 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 2 para a condição livre-livre, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 40 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
2,0	149,06	195,63	31,24
0,1	243,44	162,50	33,25
3,0	349,69	418,13	19,57
1,1	569,06	516,25	9,28
4,0	612,81	696,25	13,62
5,0	938,75	>1000	-
2,1	974,38	926,25	4,94

Tabela A.15 Variação no processo de tensionamento com uma pressão de 40 Bar, para a condição de apoio livre-livre.

Modo (n,m)	Diferença entre o disco 1 e 2 [Hz]	Erro relativo [%]
2,0	0,31	0,16
0,1	8,44	5,48
3,0	0,63	0,15
1,1	9,06	1,79
4,0	2,50	0,36
5,0	-	-
2,1	11,56	1,26

A.1.3.2 Condição de apoio encastrado

Tabela A.16 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 1 para a condição encastrado, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 40 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
1,0	158,44	145,94	7,89
0,0	168,13	125,63	25,28
2,0	199,38	240,00	20,38
3,0	359,38	429,69	19,57
4,0	610,63	697,19	14,18
5,0	930,94	>1000	-

Tabela A.17 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 2 para a condição encastrado, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 40 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
1,0	159,38	148,75	6,67
0,0	168,13	129,38	23,05
2,0	200,63	241,25	20,25
3,0	361,88	431,56	19,26
4,0	615,63	700,63	13,81
5,0	939,69	>1000	-

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

Tabela A.18 Variação no processo de tensionamento com uma pressão de 40 Bar, para a condição de apoio encastrado.

Modo (n,m)	Diferença entre o disco 1 e 2 [Hz]	Erro relativo [%]
1,0	2,81	1,93
0,0	3,75	2,99
2,0	1,25	0,52
3,0	1,88	0,44
4,0	3,44	0,49
5,0	-	-

A.1.4 Pressão de tensionamento de 50 Bar

A.1.4.1 Condição de apoio livre-livre

Tabela A.19 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 1 para a condição livre-livre, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 50 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
2,0	148,13	212,50	43,46
0,1	239,69	159,69	33,38
3,0	346,56	442,50	27,68
1,1	561,25	499,38	11,02
4,0	606,88	724,69	19,41
5,0	928,75	>100	-
2,1	961,88	895,63	6,89

Tabela A.20 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 2 para a condição livre-livre, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 50 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
2,0	150,00	216,56	44,38
0,1	242,50	125,31	48,32
3,0	350,94	449,69	28,14
1,1	567,81	491,56	13,43
4,0	614,38	735,63	19,74
5,0	940,31	>100	-
2,1	973,75	908,75	6,68

Tabela A.21 Variação no processo de tensionamento com uma pressão de 50 Bar, para a condição de apoio livre-livre.

Modo (n,m)	Diferença entre o disco 1 e 2 [Hz]	Erro relativo [%]
2,0	4,06	1,91
0,1	34,38	21,53
3,0	7,19	1,62
1,1	7,81	1,56
4,0	10,94	1,51
5,0	-	-
2,1	13,13	1,47

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

A.1.4.2 Condição de apoio encastrado

Tabela A.22 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 1 para a condição encastrado, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 50 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
1,0	159,69	137,50	13,89
0,0	168,44	116,25	30,98
2,0	200,63	257,81	28,50
3,0	360,31	459,69	27,58
4,0	610,63	732,19	19,91
5,0	930,63	>1000	-

Tabela A.23 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 2 para a condição encastrado, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 50 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
1,0	159,06	139,38	12,38
0,0	168,44	103,13	38,78
2,0	201,88	262,50	30,03
3,0	364,06	467,50	28,41
4,0	618,13	744,38	20,42
5,0	942,19	>1000	-

Tabela A.24 Variação no processo de tensionamento com uma pressão de 50 Bar, para a condição de apoio encastrado.

Modo (n,m)	Diferença entre o disco 1 e 2 [Hz]	Erro relativo [%]
1,0	1,88	1,36
0,0	13,13	11,29
2,0	4,69	1,82
3,0	7,81	1,70
4,0	12,19	1,66
5,0	-	-

A.1.5 Pressão de tensionamento de 60 Bar

A.1.5.1 Condição de apoio livre-livre

Tabela A.25 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 1 para a condição livre-livre, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 60 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
2,0	148,44	263,13	77,26
0,1	239,69	215,31	10,17
3,0	346,88	448,75	29,37
1,1	561,56	534,69	4,79
4,0	607,19	733,13	20,74
5,0	929,38	>1000	-
2,1	962,50	899,69	6,53

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

Tabela A.26 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 2 para a condição livre-livre, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 60 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
2,0	148,13	230,00	55,27
0,1	240,31	219,69	8,58
3,0	346,56	455,63	31,47
1,1	561,88	515,31	8,29
4,0	607,19	741,88	22,18
5,0	929,69	>1000	-
2,1	963,13	889,38	7,66

Tabela A.27 Variação no processo de tensionamento com uma pressão de 60 Bar, para a condição de apoio livre-livre.

Modo (n,m)	Diferença entre o disco 1 e 2 [Hz]	Erro relativo [%]
2,0	33,13	12,59
0,1	4,38	2,03
3,0	6,88	1,53
1,1	19,38	3,62
4,0	8,75	1,19
5,0	-	-
2,1	10,31	1,15

A.1.5.2 Condição de apoio encastrado

Tabela A.28 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 1 para a condição encastrado, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 60 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
1,0	159,69	140,31	12,13
0,0	168,13	0,00	-
2,0	199,38	267,19	34,01
3,0	359,06	476,88	32,81
4,0	610,00	753,75	23,57
5,0	930,00	>1000	-

Tabela A.29 Frequências naturais de vibração experimentais do disco 2 para a condição encastrado, antes e após aplicação do anel de tensionamento, usando uma pressão de 60 bar.

Modo (n,m)	Frequência antes do tensionamento [Hz]	Frequência após o tensionamento [Hz]	Erro relativo [%]
1,0	158,75	119,06	25,00
0,0	168,13	0,00	-
2,0	198,44	233,13	17,48
3,0	358,13	439,38	22,69
4,0	609,38	700,00	14,87
5,0	929,69	>1000	-

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

Tabela A.30 Variação no processo de tensionamento com uma pressão de 60 Bar, para a condição de apoio encastrado.

Modo (n,m)	Diferença entre o disco 1 e 2 [Hz]	Erro relativo [%]
1,0	21,25	15,14
0,0	0,00	0,00
2,0	34,06	12,75
3,0	37,50	7,86
4,0	53,75	7,13
5,0	-	-

A.2 Disco em rotação

A.2.1 Pressão de tensionamento de 0 Bar

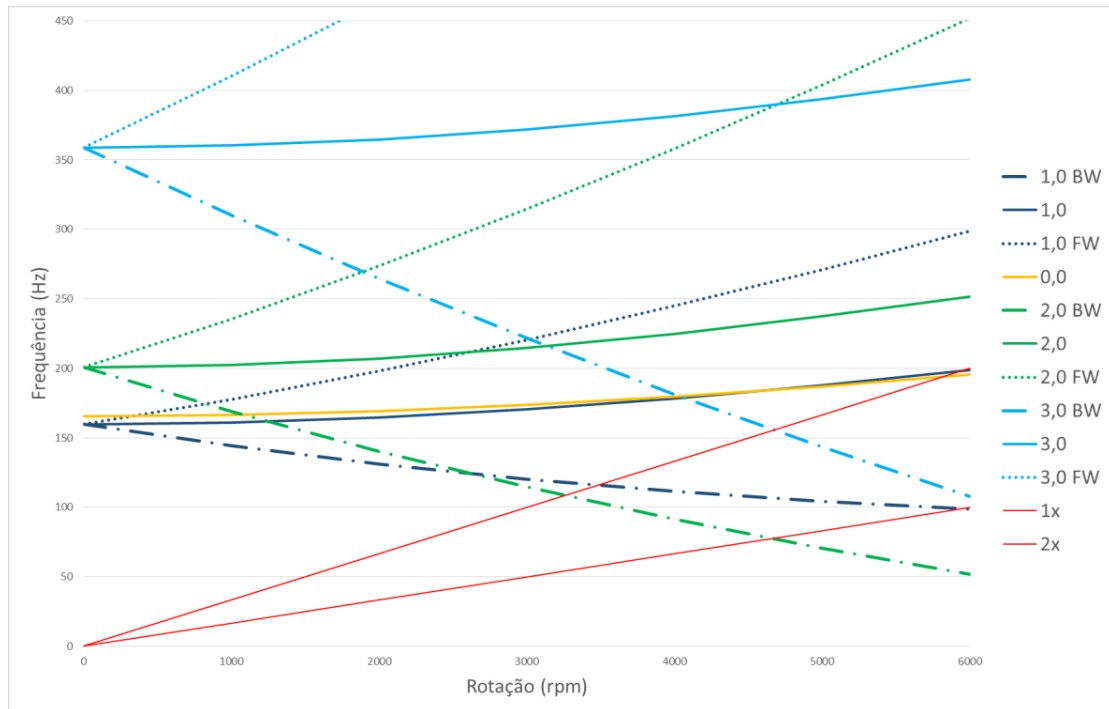


Figura A.1 Diagrama de Campbell para um disco sem tensionamento com uma velocidade de rotação a variar de 0 a 6000 rpm.

Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Serra Circular

A.2.2 Pressão de tensionamento de 20 Bar

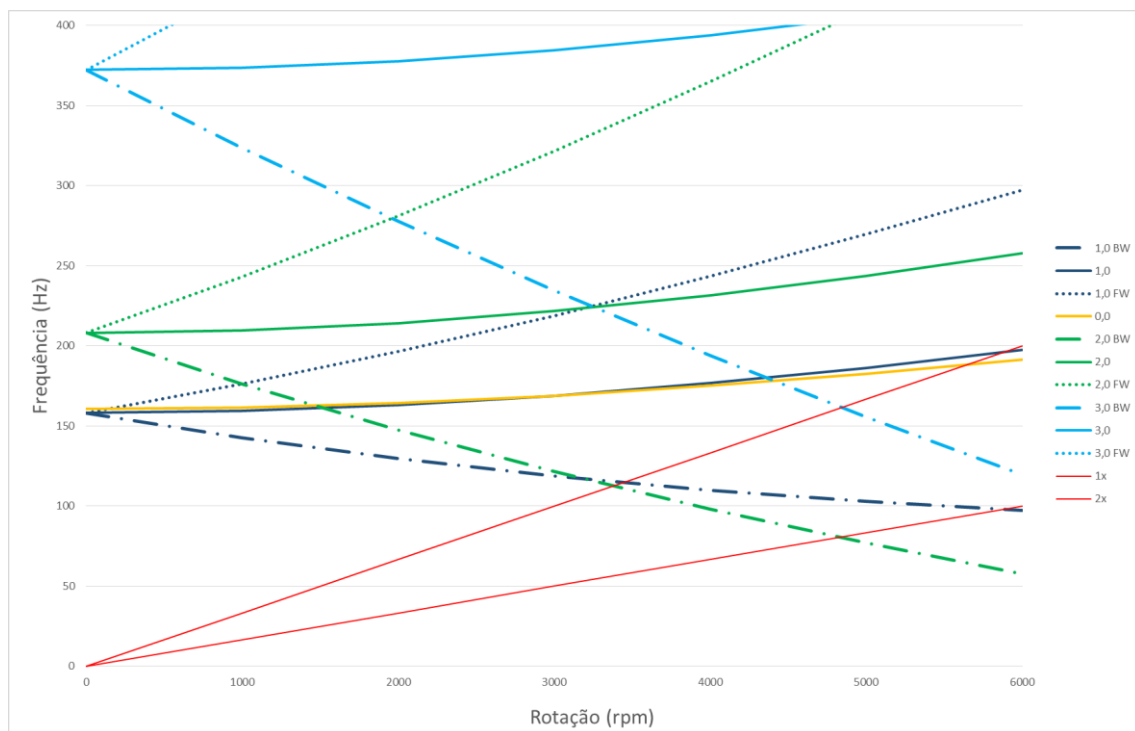


Figura A.2 Diagrama de Campbell para um disco com uma pressão de tensionamento de 20 Bar com uma velocidade de rotação a variar de 0 a 6000 rpm.

A.2.3 Pressão de tensionamento de 30 Bar

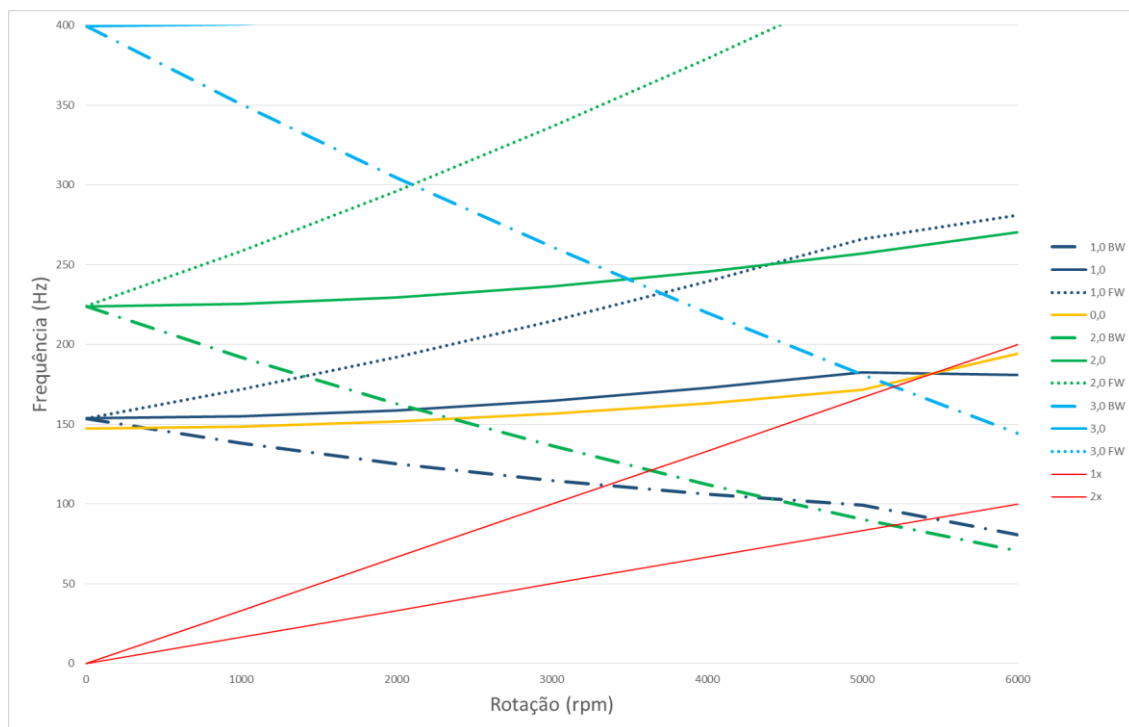


Figura A.3 Diagrama de Campbell para um disco com uma pressão de tensionamento de 30 Bar com uma velocidade de rotação a variar de 0 a 6000 rpm.

A.2.4 Pressão de tensionamento de 40 Bar

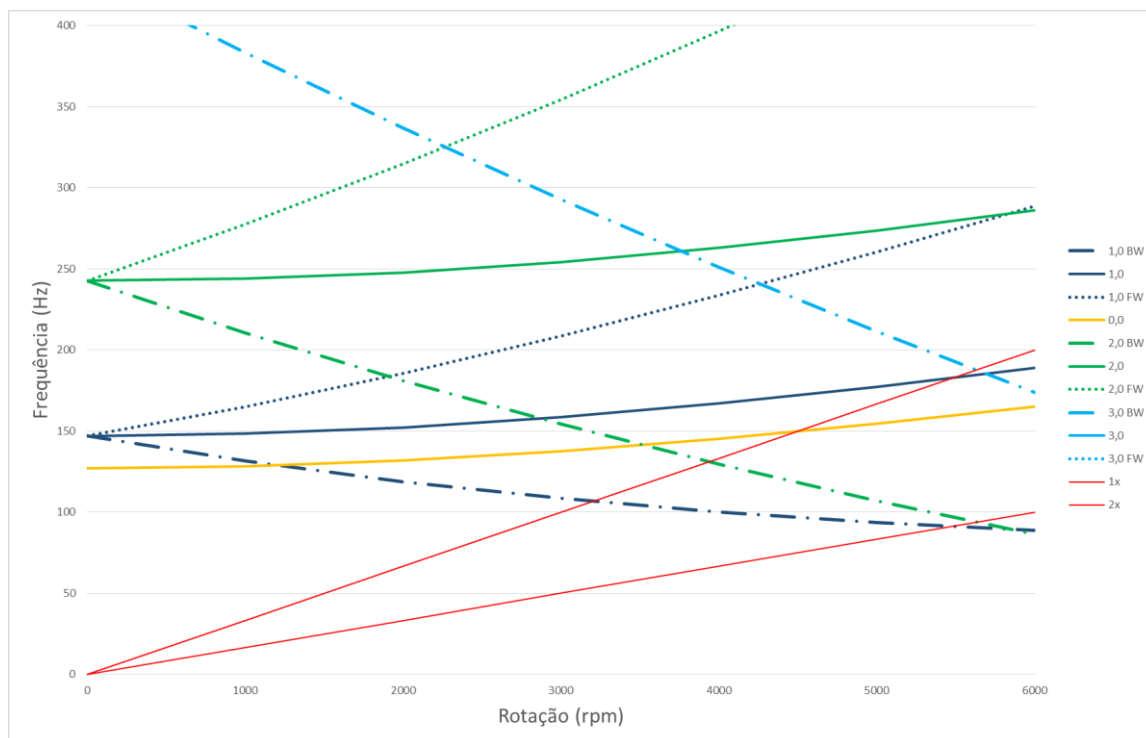


Figura A.4 Diagrama de Campbell para um disco com uma pressão de tensionamento de 40 Bar com uma velocidade de rotação a variar de 0 a 6000 rpm.

A.2.5 Pressão de tensionamento de 50 Bar

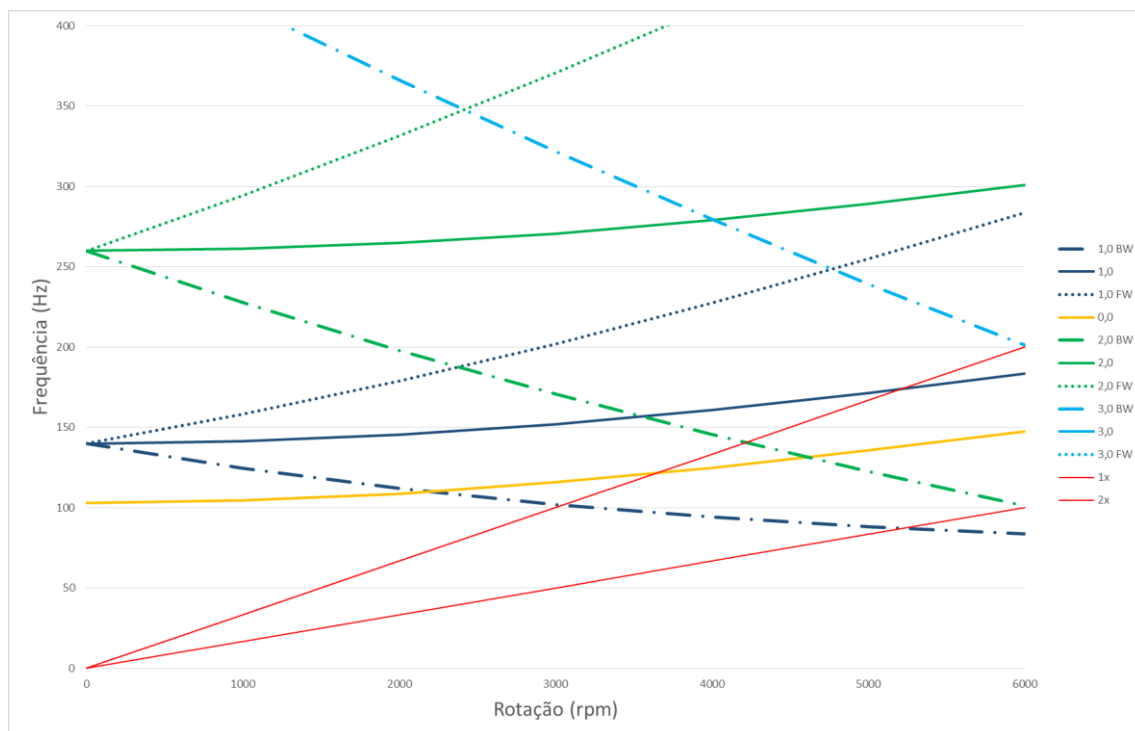


Figura A.5 Diagrama de Campbell para um disco com uma pressão de tensionamento de 50 Bar com uma velocidade de rotação a variar de 0 a 6000 rpm.